

1. (15%) Diagonalize the matrix $A = \begin{bmatrix} 6 & -2 & 4 \\ -2 & 2 & 0 \\ 4 & 0 & 3 \end{bmatrix}$ by a matrix B with $B^{-1}AB$. And what does B look like?

2. (15%) Solve the following coupled differential equations,

$$\ddot{x} = -3x + 4y,$$

$$\ddot{y} = 2x - 5y$$

, with initial conditions $x(0) = 1, y(0) = \dot{y}(0) = \dot{x}(0) = 0$.

3. (15%) Solve the differential equation $y'' + 3y' - 10y = e^{2x}$ with $y(0) = 0, y'(0) = 1$.

4. Evaluate (a) (7%) $\oint_C \frac{e^{iz}}{z^3} dz$, where the path C is the circle $|z| = 2$, (b) (8%) $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^2}{(x^2+1)^2(x^2+2x+5)} dx$.

5. (20%) Find the steady-state current in the $L - R$ circuit shown in Fig. 1.

6. (20%) A thin square plate with edge-length b is perfectly insulated (Fig. 2.). The four edges are kept at zero temperature. Initially, the plate has the distribution of temperature,

$$u(x, y, t = 0) = x(b - x)y(b - y)$$

. The heat equation is $\frac{\partial u}{\partial t} = K \nabla^2 u$. Find $u(x, y, t)$.

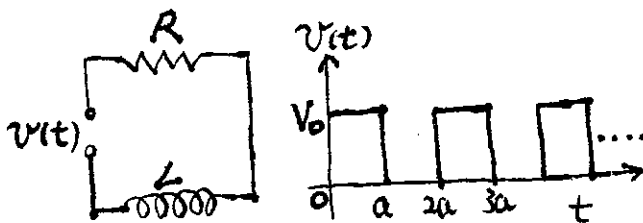


Fig. 1.

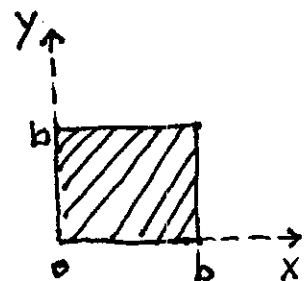


Fig. 2.

國立中山大學 95 學年度碩士班招生考試試題

科目：近代物理【物理系碩士班】

共 / 頁 第 / 頁

1. X-rays of wavelength 0.2400nm are scattered and the scattered beam is observed at an angle of 60° relative to the incident beam. (20%)
- Find the energy of the scattered X-ray photons.
 - Find the kinetic energy of the scattered electrons.
 - Find the direction of travel of the scattered electrons.

2. For the ground state of the simple harmonic oscillator with spring constant K and mass m, the wave function is of the form $\Psi(x) = Ae^{-ax^2}$ (25%)

- Determine fully the wave function and energy in this state.
- Find the uncertainty of position.

$$\text{Formula : } \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-2ax^2} dx = \sqrt{\frac{\pi}{2a}} \quad ; \quad \int_0^{\infty} u^2 e^{-u^2} du = \frac{\sqrt{\pi}}{4}$$

3. An electron in a hydrogen atom is in a 2P state and is described by the radial wave function R_{nl} listed in Table below. (25%)
- Find the most probable value of r.
 - Find the expectation value of the potential energy.

$$\text{Formula : } \int_0^{\infty} e^{-x} x^{n-1} dx = (n-1)! \quad \text{for integer } n.$$

$n = 1$	$l = 0$	$R_{10} = \frac{2}{\sqrt{a_0^3}} e^{-r/a_0}$
$n = 2$	$l = 0$	$R_{20} = \frac{1}{\sqrt{2a_0^3}} \left(1 - \frac{r}{2a_0} \right) e^{-r/2a_0}$
	$l = 1$	$R_{21} = \frac{1}{2\sqrt{6a_0^3}} \frac{r}{a_0} e^{-r/2a_0}$
$n = 3$	$l = 0$	$R_{30} = \frac{2}{3\sqrt{3a_0^3}} \left(1 - \frac{2r}{3a_0} + \frac{2r^2}{27a_0^2} \right) e^{-r/3a_0}$
	$l = 1$	$R_{31} = \frac{8}{27\sqrt{6a_0^3}} \frac{r}{a_0} \left(1 - \frac{r}{6a_0} \right) e^{-r/3a_0}$
	$l = 2$	$R_{32} = \frac{4}{8\sqrt{30a_0^3}} \frac{r^2}{a_0^2} e^{-r/3a_0}$

4. Compute the change in wavelength of the 2P-1S photon when a hydrogen atom is placed in a magnetic field of 2.0 T. (15%)
5. What is the ratio of the number of atoms in the first excited state to the number in the ground state of hydrogen atom at the surface of the sun where $T=5800\text{K}$? (15%)

國立中山大學 95 學年度碩士班招生考試試題

科目：電磁學【物理系碩士班】

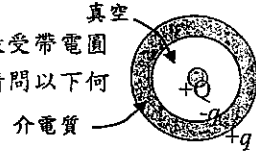
共 2 頁 第 1 頁

中山大學物理系研究所入學考

試題共分兩部份：選擇題(60 分)及計算題(40 分)

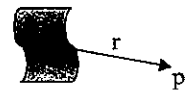
選擇題(60 分)共有 12 題，每題 5 分

1. 一圓球帶+Q 電荷，其外圍為一同心之介電球殼所包圍。介電球殼受帶電圓球之感應在內表面感應-q 之電荷，而在外表面感應+q 之電荷。請問以下何者為正確：



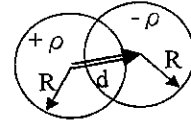
(a) $q = Q$, (b) $q < Q$, (c) $q > Q$, (d) $q = 0$ 。

2. 一片有限大小之曲面帶有均勻之電荷，總電荷量為+Q，請問在距離該曲面接近無窮遠處($r \rightarrow \infty$) p 點之電場值為多少？



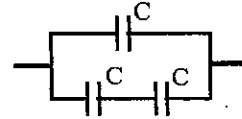
(a) ~ 0 , (b) $\sim \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r}$, (c) $\sim \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2}$, (d) $\sim \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \ln(r)$ 。

3. 兩均勻帶電球體(半徑均為 R，體電荷密度分別為+ ρ 及- ρ) 互相重疊，其重疊處內，沿 d 線上之電場強度為：



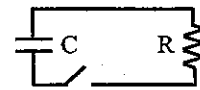
(a) 0, (b) $\frac{4}{3}\pi R^3 \rho d$, (c) $\frac{\rho d}{3\epsilon_0}$, (d) $\frac{\rho}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{d^2}$ 。(d 為兩球心之距離)

4. 三組電容(電容值均為 C) 互相聯結如右圖，請問其總電容為多少？



(a) $\frac{3}{2}C$, (b) $\frac{2}{3}C$, (c) $\frac{1}{3}C$, (d) $3C$ 。

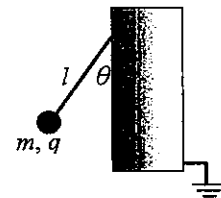
5. 電容、開關與電阻串聯如右圖，若電容已充滿後，將開關閉閉，請問線路中之電流(I(t))為何？



(a) $I_0 \exp(-\frac{R}{C}t)$, (b) $I_0 \exp(+\frac{R}{C}t)$, (c) $I_0 \exp(-\frac{1}{RC}t)$,

(d) $I_0 \exp(+\frac{1}{RC}t)$ 。

6. 在接地之垂直無窮大之導電牆壁上，懸掛一長為 l、端點小球質量為 m 帶電量為 q 之單擺，如右圖所示。請問在平衡時單擺與導電牆之夾角 θ 為何？



(a) 30° , (b) 0° , (c) $\sin^{-1}(\frac{q^2}{16\pi\epsilon_0 mgl^2})$, (d) $m\sqrt{\frac{l}{g}}$ 。

7. 法拉弟定律 (Faraday's Law) 之正確寫法為：

(a) $\nabla \cdot \vec{E} = -\partial A / \partial t$, (b) $\nabla \cdot \vec{E} = -\partial B / \partial t$, (c) $\nabla \times \vec{E} = -\partial \vec{A} / \partial t$, (d) $\nabla \times \vec{E} = -\partial \vec{B} / \partial t$ 。

8. Maxwell's equations 中第二方程式 $\nabla \cdot \vec{B} = 0$ 是

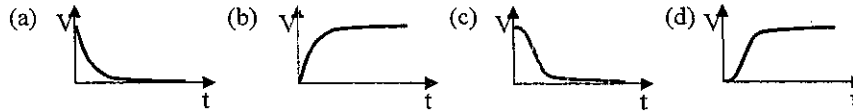
(a) 一條物理定律(Law), (b) 一項理論, (c) 現有觀測之假設, (d) 一項真理。

國立中山大學 95 學年度碩士班招生考試試題

科目：電磁學【物理系碩士班】

共 2 頁 第 2 頁

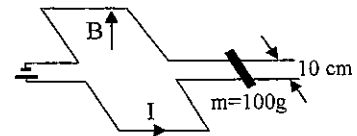
9. 將直流電池(V)、開關、電阻(R)及電感(L)串聯來，在時間為零時將開關關上，使電流流經電阻及電感，請問線路中之電流與時間的關係為何？



10. 理想超導體為一完美之反磁材料，其磁化強度 (\vec{M}) 等於反方向之外加磁場 ($-\vec{H}$)。請問其內部之感應磁場 (\vec{B}) 為何？

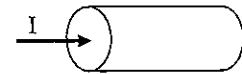
(a) $(\mu_0 - 1)\vec{H}$, (b) ∞ , (c) $2\mu_0\vec{H}$, (d) 0。

11. 電磁炮的基本原理如右圖。將質量為 100g 並且可以導電之子彈置於平行且固定之軌道上，整個系統也處於均勻之垂直磁場 ($B=10\text{T}$) 中。當電源瞬間提供一極大的電流 ($I=50000\text{Amp}$) 時，子彈受電磁力之作用而向右發射。請問該磁力有多大？



(a) $1 \times 10^5 \text{ N}$, (b) $5 \times 10^4 \text{ N}$, (c) $5 \times 10^7 \text{ N}$, (d) $1 \times 10^3 \text{ N}$ 。

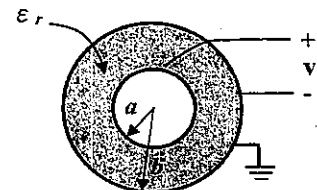
12. 若導線中之電荷均勻分佈，在流動時各電子的相對位置亦不改變，請問導線內部之電子受到多強的磁力？(設導線直徑為 R，電荷之漂移速率為 v)



(a) $q \frac{\mu_0 I v}{2\pi R^2} r$, (b) $q \frac{\mu_0 I^2 v}{2\pi R^2} r$, (c) 0, (d) 常數。

計算題(40)共有 2 題，每題 20 分

1. 兩個同心圓的導體球殼，半徑分別為 a 及 b，兩球殼之間充滿不導電之介電質 (ϵ_r)。當兩球殼連接到電動勢為 v 伏特之外加電池，同時將外球殼接地時，請詳細計算：



- (a) 介電質間的電場大小與方向，
 (b) 內外球殼之表面電荷密度，
 (c) 內球殼內 ($r < a$) 之電位。

2. 一帶均勻電荷之圓盤(半徑 R，面電荷密度 $+\sigma$) 以一定角速度 (ω) 旋轉，請詳細計算其軸心上 p 點處之感應磁場強度 (\vec{B})。

