

國立中山大學 110 學年度 碩士暨碩士專班招生考試試題

科目名稱：工程數學【海工聯合碩士班、離岸風電碩士班、海工系碩士班甲組】

—作答注意事項—

考試時間：100 分鐘

- 考試開始鈴響前不得翻閱試題，並不得書寫、劃記、作答。請先檢查答案卷（卡）之應考證號碼、桌角號碼、應試科目是否正確，如有不同立即請監試人員處理。
- 答案卷限用藍、黑色筆(含鉛筆)書寫、繪圖或標示，可攜帶橡皮擦、無色透明無文字墊板、尺規、修正液（帶）、手錶(未附計算器者)。每人每節限使用一份答案卷，不得另攜帶紙張，請衡酌作答。
- 答案卡請以 2B 鉛筆劃記，不可使用修正液（帶）塗改，未使用 2B 鉛筆、劃記太輕或污損致光學閱讀機無法辨識答案者，其後果由考生自行負擔。
- 答案卷（卡）應保持清潔完整，不得折疊、破壞或塗改應考證號碼及條碼，亦不得書寫考生姓名、應考證號碼或與答案無關之任何文字或符號。
- 可否使用計算機請依試題資訊內標註為準，如「可以」使用，廠牌、功能不拘，唯不得攜帶具有通訊、記憶或收發等功能或其他有礙試場安寧、考試公平之各類器材、物品（如鬧鈴、行動電話、電子字典等）入場。
- 試題及答案卷（卡）請務必繳回，未繳回者該科成績以零分計算。
- 試題採雙面列印，考生應注意試題頁數確實作答。
- 違規者依本校招生考試試場規則及違規處理辦法處理。

國立中山大學 110 學年度碩士暨碩士專班招生考試試題

科目名稱：工程數學【海工聯合碩士班、離岸風電碩士班、海工系碩士班甲組】題號：469001

※本科目依簡章規定「不可以」使用計算機(問答申論題)

共 2 頁第 1 頁

1. 【Ordinary Differential Equations】 (20%)

(a) Solve $x^2 y'' - xy' - 3y = x^2$ by undetermined coefficients and variation of parameters respectively. (10%)

(b) $y'' + 4y = g(x)$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 2$ (10%)

$$g(x) = \begin{cases} \sin x, & 0 \leq x \leq \pi/2 \\ 0, & x > \pi/2 \end{cases}$$

[Hint]: Solve this problem on two intervals, and then find a solution so that y and y' are continuous at $x = \pi/2$.

2. 【Vector Calculus】 (20%)

A steady fluid motion in space has velocity vector

$$\vec{V} = [x^3 + 7y + 2z^3, 4 - 3x^2y + 2yz, x^2 + y^2 - z^2]$$

(a) Evaluate the net outflow rate of \vec{V} across a sphere $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ (10%)

(b) What is the outflow rate across the upper hemi-sphere $x^2 + y^2 + z^2 = 4$, $z > 0$ and the lower hemi-sphere $x^2 + y^2 + z^2 = 4$, $z < 0$, respectively. (10%)

3. 【Laplace Transform】 (20%)

Find the (inverse) transform, indicating the method used and showing the details.

(a) $L\left\{\frac{\sin kt}{t}\right\}$ (6%)

(b) $\int_0^\infty \frac{\sin t}{t} dt$ (7%)

(c) $L^{-1}\left\{\frac{s}{(s^2 - 1)^2}\right\}$ (7%)

4. 【Fourier Analysis】 (15%)

(a) Find the Fourier integral representation of the function $f(t)$. (10%)

$$f(t) = \begin{cases} 0 & , -\infty < t \leq -1 \\ 1+t & , -1 < t \leq 0 \\ 1-t & , 0 < t \leq 1 \\ 0 & , +1 < t < \infty \end{cases}$$

(b) Evaluate $\int_0^\infty \frac{1 - \cos w}{w^2} dw$ (5%)

5. 【Partial Differential Equation】 (15%)

Solve the following PDE using the Method of Separation of Variables.

國立中山大學 110 學年度碩士暨碩士專班招生考試試題

科目名稱：工程數學【海工聯合碩士班、離岸風電碩士班、海工系碩士班甲組】題號：469001

※本科目依簡章規定「不可以」使用計算機(問答申論題)

共 2 頁第 2 頁

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = 0, \quad 0 < x < a, \quad 0 < y < b$$

$$\text{boundary conditions: } \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=0} = 0, \quad \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=a} = 0, \quad T(x, 0) = x, \quad T(x, b) = 0$$

6. 【Complex Analysis】 (10%)

Evaluate the integral $\int_0^{\infty} \frac{x^{p-1}}{1+x^2} dx, \quad 0 < p < 2$