

國立中山大學 110 學年度 碩士暨碩士專班招生考試試題

科目名稱：電子學(甲組)【電機系碩士班甲組】

— 作答注意事項 —

考試時間：100 分鐘

- 考試開始鈴響前不得翻閱試題，並不得書寫、劃記、作答。請先檢查答案卷(卡)之應考證號碼、桌角號碼、應試科目是否正確，如有不同立即請監試人員處理。
- 答案卷限用藍、黑色筆(含鉛筆)書寫、繪圖或標示，可攜帶橡皮擦、無色透明無文字墊板、尺規、修正液(帶)、手錶(未附計算器者)。每人每節限使用一份答案卷，不得另攜帶紙張，請衡酌作答。
- 答案卡請以 2B 鉛筆劃記，不可使用修正液(帶)塗改，未使用 2B 鉛筆、劃記太輕或污損致光學閱讀機無法辨識答案者，其後果由考生自行負擔。
- 答案卷(卡)應保持清潔完整，不得折疊、破壞或塗改應考證號碼及條碼，亦不得書寫考生姓名、應考證號碼或與答案無關之任何文字或符號。
- 可否使用計算機請依試題資訊內標註為準，如「可以」使用，廠牌、功能不拘，唯不得攜帶具有通訊、記憶或收發等功能或其他有礙試場安寧、考試公平之各類器材、物品(如鬧鈴、行動電話、電子字典等)入場。
- 試題及答案卷(卡)請務必繳回，未繳回者該科成績以零分計算。
- 試題採雙面列印，考生應注意試題頁數確實作答。
- 違規者依本校招生考試試場規則及違規處理辦法處理。

國立中山大學 110 學年度碩士暨碩士專班招生考試試題

科目名稱：電子學(甲組)【電機系碩士班甲組】

題號：431009

※本科目依簡章規定「可以」使用計算機(廠牌、功能不拘)(問答申論題)

共 1 頁第 1 頁

Please note that all calculation answers must include the unit and calculation process.

1. (20pt) Figure 1 is a summing op-amplifier to produce the output $v_o = -10v_1 - 4v_2 + 5v_3 + 2v_4$. The resistors $R_1 = 20 \text{ k}\Omega$ and $R_3 = 80 \text{ k}\Omega$. The op-amplifier is ideal. Please determine the values of resistors R_2, R_4, R_5 and R_6 . (5pt*4)
2. (30pt) For the circuit shown in Figure 2, the transistor parameters of Q_1 and Q_2 are: $V_{TN1} = V_{TN2} = 1.2 \text{ V}$, $\mu_n C_{ox} W/L = 1.6 \text{ mA/V}^2$, and neglect channel length modulation effect. Let $R_1 + R_2 + R_3 = 300 \text{ k}\Omega$ and $R_S = 10 \text{ k}\Omega$. $V_{DD} = 5 \text{ V}$, $-V_{SS} = -5 \text{ V}$. (a) Please determine the R_1, R_2, R_3 and R_D such that DC current $I_D = 0.4 \text{ mA}$ and DC voltage $V_{DS1} = V_{DS2} = 2.5 \text{ V}$. (b) If $R_{sig} = 40 \text{ k}\Omega$ and $R_L = 2.5 \text{ k}\Omega$. Coupling capacitor C_C is large enough that can be treated as short circuit for AC analysis. Please also find the voltage gain v_o/v_{sig} and input resistance R_{in} of small signal. (5pt*6)
3. (25pt) The circuit configuration to be designed is shown in Figure 3 and the $v_o/v_b = -40$. Assuming $\beta = 100$, $V_{CC} = 5 \text{ V}$, $-V_{EE} = -5 \text{ V}$, $R_{sig} = 10 \text{ k}\Omega$, $R_B = 100 \text{ k}\Omega$, $V_{BE} \approx 0.7 \text{ V}$, and neglect Early effect. Thermal voltage $V_T = 26 \text{ mV}$. Please find the value of R_C, R_{E1}, R_{E2} to achieve DC voltage $V_{CE} = 4 \text{ V}$ and $I_E = 0.2 \text{ mA}$. And calculate the corresponding values of the AC voltage gain v_o/v_{sig} , input resistance R_{in} . Coupling capacitor C_C is large enough that can be treated as short circuit for AC analysis. (5pt*5)
4. (25pt) For the circuit shown in Figure 4, the parameters are: $V_{CC} = 5 \text{ V}$, $-V_{EE} = -5 \text{ V}$, $R_{sig} = 0.1 \text{ k}\Omega$, $R_1 = 40 \text{ k}\Omega$, $R_2 = 5.72 \text{ k}\Omega$, $R_E = 0.5 \text{ k}\Omega$, $R_C = 5 \text{ k}\Omega$, and $R_L = 10 \text{ k}\Omega$. The transistor parameters are: $\beta = 150$, $V_{BE} \approx 0.7 \text{ V}$, neglect Early effect, $C_\pi = 35 \text{ pF}$, $C_\mu = 4 \text{ pF}$, $C_C = 1 \text{ }\mu\text{F}$. Thermal voltage $V_T = 26 \text{ mV}$. Please determine the lower and upper corner frequency (f_L and f_H), midband gain v_o/v_{sig} . (10pt, 10pt, 5pt)

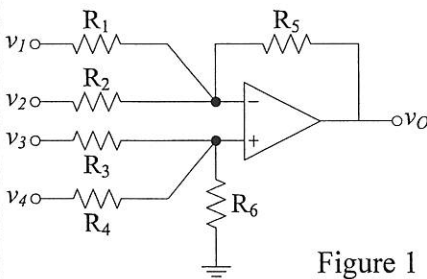


Figure 1

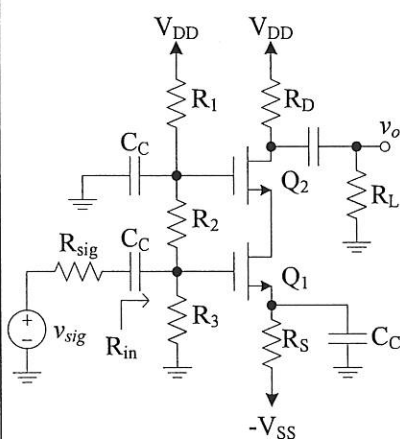


Figure 2

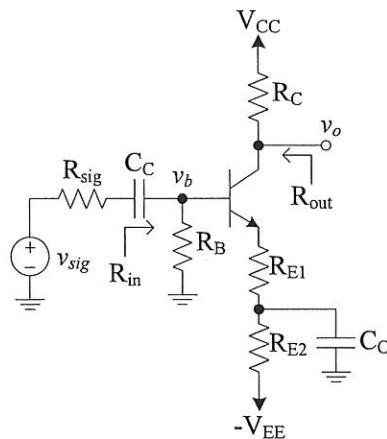


Figure 3

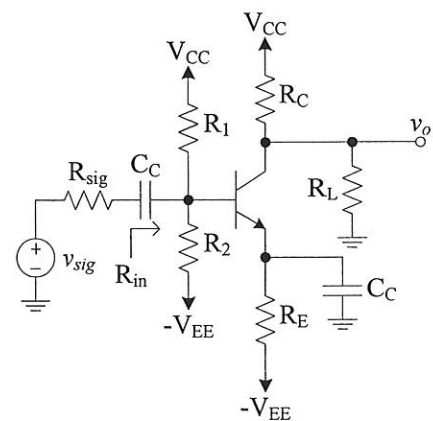


Figure 4

國立中山大學 110 學年度 碩士暨碩士專班招生考試試題

科目名稱：半導體概論【電機系碩士班甲組】

—作答注意事項—

考試時間：100 分鐘

- 考試開始鈴響前不得翻閱試題，並不得書寫、劃記、作答。請先檢查答案卷（卡）之應考證號碼、桌角號碼、應試科目是否正確，如有不同立即請監試人員處理。
- 答案卷限用藍、黑色筆(含鉛筆)書寫、繪圖或標示，可攜帶橡皮擦、無色透明無文字墊板、尺規、修正液（帶）、手錶(未附計算器者)。每人每節限使用一份答案卷，不得另攜帶紙張，請斟酌作答。
- 答案卡請以 2B 鉛筆劃記，不可使用修正液（帶）塗改，未使用 2B 鉛筆、劃記太輕或污損致光學閱讀機無法辨識答案者，其後果由考生自行負擔。
- 答案卷（卡）應保持清潔完整，不得折疊、破壞或塗改應考證號碼及條碼，亦不得書寫考生姓名、應考證號碼或與答案無關之任何文字或符號。
- 可否使用計算機請依試題資訊內標註為準，如「可以」使用，廠牌、功能不拘，唯不得攜帶具有通訊、記憶或收發等功能或其他有礙試場安寧、考試公平之各類器材、物品（如鬧鈴、行動電話、電子字典等）入場。
- 試題及答案卷（卡）請務必繳回，未繳回者該科成績以零分計算。
- 試題採雙面列印，考生應注意試題頁數確實作答。
- 違規者依本校招生考試試場規則及違規處理辦法處理。

國立中山大學 110 學年度碩士暨碩士專班招生考試試題

科目名稱：半導體概論【電機系碩士班甲組】

題號：431012

※本科目依簡章規定「可以」使用計算機（廠牌、功能不拘）（問答申論題） 共 1 頁第 1 頁

GaAs: bandgap = 1.42 eV; dielectric constant = 12.4; electron affinity = 4.07 V;
 effective density of states in conduction band = $4.7 \times 10^{17} \text{ cm}^{-3}$;
 effective density of states in valence band = $7.0 \times 10^{18} \text{ cm}^{-3}$

1. Consider an n-channel MOSFET with $15\mu\text{m}$ gate width and $2\mu\text{m}$ gate length. The oxide capacitance is $6.9 \times 10^{-8} \text{ F/cm}^2$. If the MOSFET is operated in a non-saturation region with a drain-to-source voltage $V_{DS} = 0.1\text{V}$. The drain current $I_D = 35 \mu\text{A}$ at gate-to-source voltage $V_{GS} = 1.5\text{V}$. When $V_{GS} = 2.5\text{V}$, $I_D = 75 \mu\text{A}$. Determine the (a) electron mobility (b) threshold voltage (20%)
2. Consider a contact between tungsten and n-type GaAs. The metal work function of tungsten is 4.55 V. Assume the GaAs is doped to a concentration of $N_D = 3 \times 10^{15} \text{ cm}^{-3}$ and the metal-semiconductor diode is operated under zero bias. Determine the (a) theoretical barrier height (b) built-in potential barrier (c) maximum electric field (20%)
3. An *npn* silicon ($\epsilon_r = 11.9$) bipolar transistor (shown in Fig. 1) at $T = 300\text{K}$ has uniform dopings of $N_E = 10^{19} \text{ cm}^{-3}$, $N_B = 10^{17} \text{ cm}^{-3}$, $N_C = 5 \times 10^{15} \text{ cm}^{-3}$. The transistor is operating in the inverse-active mode with $V_{BE} = -2 \text{ V}$ and $V_{BC} = 0.565 \text{ V}$. (a) Determine the minority carrier concentrations at $x = x_B$ and $x'' = 0$ (b) If the metallurgical base width is $1.1 \mu\text{m}$, determine the neutral base width (20%)

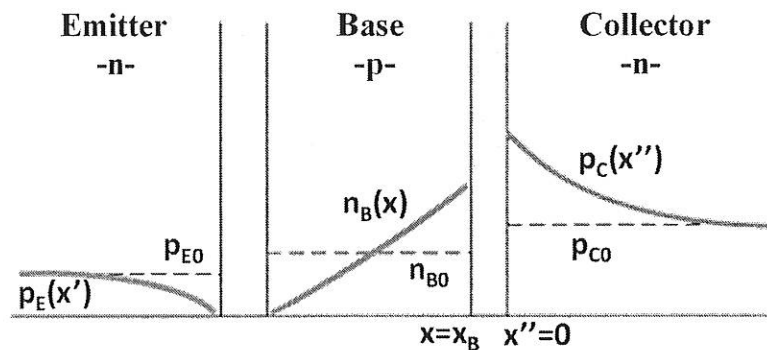


Figure 1: An *npn* silicon bipolar transistor

4. Consider an n-type semiconductor at $T = 300\text{K}$ in thermal equilibrium. Assume that the donor concentration varies as $N_D(x) = N_{D0} \exp(-\frac{x}{L})$ over the range $0 \leq x \leq L$ where $N_{D0} = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ and $L = 10 \mu\text{m}$. (a) Determine the electric field as a function of x for $0 \leq x \leq L$ (b) Calculate the potential difference $x = 0$ and $x = L$ (with the potential at $x = 0$ being positive with respect to that at $x = L$) (20%)
5. Consider a GaAs *pn* junction initially biased at 0.7V at $T = 300\text{K}$. Assume the temperature increases to $T = 330\text{K}$. Calculate the change in the forward-bias voltage required to maintain a constant current through the junction. (20%)

國立中山大學 110 學年度 碩士暨碩士專班招生考試試題

科目名稱：工程數學乙【電機系碩士班乙組】

—作答注意事項—

考試時間：100 分鐘

- 考試開始鈴響前不得翻閱試題，並不得書寫、劃記、作答。請先檢查答案卷（卡）之應考證號碼、桌角號碼、應試科目是否正確，如有不同立即請監試人員處理。
- 答案卷限用藍、黑色筆(含鉛筆)書寫、繪圖或標示，可攜帶橡皮擦、無色透明無文字墊板、尺規、修正液（帶）、手錶(未附計算器者)。每人每節限使用一份答案卷，不得另攜帶紙張，請衡酌作答。
- 答案卡請以 2B 鉛筆劃記，不可使用修正液（帶）塗改，未使用 2B 鉛筆、劃記太輕或污損致光學閱讀機無法辨識答案者，其後果由考生自行負擔。
- 答案卷（卡）應保持清潔完整，不得折疊、破壞或塗改應考證號碼及條碼，亦不得書寫考生姓名、應考證號碼或與答案無關之任何文字或符號。
- 可否使用計算機請依試題資訊內標註為準，如「可以」使用，廠牌、功能不拘，唯不得攜帶具有通訊、記憶或收發等功能或其他有礙試場安寧、考試公平之各類器材、物品（如鬧鈴、行動電話、電子字典等）入場。
- 試題及答案卷（卡）請務必繳回，未繳回者該科成績以零分計算。
- 試題採雙面列印，考生應注意試題頁數確實作答。
- 違規者依本校招生考試試場規則及違規處理辦法處理。

國立中山大學 110 學年度碩士暨碩士專班招生考試試題

科目名稱：工程數學乙【電機系碩士班乙組】

題號：431001

※本科目依簡章規定「可以」使用計算機（廠牌、功能不拘）（混合題）

共 4 頁第 1 頁

下面 1-10 題為複選題，每題 5 分，總分 50 分。每題有 5 個選項，僅答錯 1 個選項者，得 3 分；答錯 2 個選項者，得 1 分；答錯多於 2 個選項或未作答者，該題以零分計算。

1. Let \mathbf{x} and \mathbf{y} be nonzero vectors in \mathbb{R}^n , $n \geq 2$. Suppose \mathbf{x} and \mathbf{y} are not orthogonal, i.e. $\mathbf{x}^T \mathbf{y} \neq 0$. Let $\mathbf{A} = \mathbf{x}\mathbf{y}^T$. Which of the following statements are true?
- (A) 0 is an eigenvalue of \mathbf{A} .
 - (B) $\mathbf{x}^T \mathbf{y}$ is an eigenvalue of \mathbf{A} .
 - (C) \mathbf{x} is an eigenvector of \mathbf{A} .
 - (D) The number of linearly independent eigenvectors associated with eigenvalue 0 is $n - 1$.
 - (E) \mathbf{A} is diagonalizable.

2. Let \mathbf{A} and \mathbf{B} be square matrices and α be a real number. Which of the following statements are true?
- (A) $\det(\mathbf{A}^2) = \det(\mathbf{A}^T \mathbf{A})$
 - (B) $\det(\mathbf{B}^T \mathbf{A}) = \det(\mathbf{A}^T \mathbf{B}^T)$
 - (C) $\det(\alpha \mathbf{A}) = \alpha \cdot \det(\mathbf{A})$
 - (D) $\det(\mathbf{A} + \mathbf{B}) = \det(\mathbf{A}) + \det(\mathbf{B})$
 - (E) Swapping two rows of \mathbf{A} will not change its determinant.

3. Consider the linear function $L: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$. Suppose $L(\mathbf{x}_i) = \mathbf{y}_i$ for $i = 1, 2, 3, 4$, where

$$\mathbf{x}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}, \mathbf{x}_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}, \mathbf{x}_3 = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}, \mathbf{x}_4 = \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \\ 2 \end{bmatrix}, \mathbf{y}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \mathbf{y}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}, \mathbf{y}_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}.$$

Suppose $L(\mathbf{x}_4) = [c_1, c_2, c_3]^T$. Which of the following statements are true?

- (A) $c_1 = 1$ (B) $c_1 = 2$ (C) $c_2 = 2$ (D) $c_2 = 3$ (E) $c_3 = -3$

4. Let $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{m \times n}$, $R(\mathbf{A})$ denote the column space of \mathbf{A} , and $N(\mathbf{A})$ denote the null space of \mathbf{A} . Which of the following statements are true?
- (A) There exists a nonzero vector $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^m$ such that $\mathbf{A}^T \mathbf{y} = \mathbf{0}$ and $\mathbf{y} = \mathbf{A}\mathbf{x}$ for some $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$.
 - (B) For every $\mathbf{y} \in R(\mathbf{A})$, we can always find some $\mathbf{x} \in R(\mathbf{A}^T)$ such that $\mathbf{y} = \mathbf{A}\mathbf{x}$.
 - (C) Let \mathbf{p} be the orthogonal projection of $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^m$ onto $R(\mathbf{A})$. Then, $\mathbf{y} - \mathbf{p} \in N(\mathbf{A}^T)$.
 - (D) Let \mathbf{y} be a vector in \mathbb{R}^m . If $\mathbf{y} \notin R(\mathbf{A})$, then $\mathbf{y} \in N(\mathbf{A}^T)$.
 - (E) The intersection of $R(\mathbf{A})$ and $N(\mathbf{A}^T)$ is the empty set.

5. Let $E = \{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3\}$ be a basis for a three-dimensional subspace S of an inner product space V . Define $\|\mathbf{v}\| = \sqrt{\langle \mathbf{v}, \mathbf{v} \rangle}$. Suppose E is an orthogonal set with $\|\mathbf{v}_1\| = \sqrt{2}$, $\|\mathbf{v}_2\| = \sqrt{3}$, $\|\mathbf{v}_3\| = 1$. Let $\mathbf{x} = 5\mathbf{v}_1 + 1\mathbf{v}_2 - 3\mathbf{v}_3$ and $\mathbf{y} = 1\mathbf{v}_1 - 3\mathbf{v}_2 - 2\mathbf{v}_3$. Let \mathbf{p} be the orthogonal projection of \mathbf{x} onto \mathbf{y} , and suppose $\mathbf{p} = \alpha \mathbf{y}$, where α is a scalar. Which of the following statements are true?
- (A) $\langle \mathbf{x}, \mathbf{y} \rangle = 7$
 - (B) $\langle \mathbf{x}, \mathbf{y} \rangle = 8$
 - (C) $\alpha = 7/33$
 - (D) $\alpha = 8/14$
 - (E) $\|\mathbf{x}\| = 62$

國立中山大學 110 學年度碩士暨碩士專班招生考試試題

科目名稱：工程數學乙【電機系碩士班乙組】

題號：431001

※本科目依簡章規定「可以」使用計算機（廠牌、功能不拘）（混合題）

共 4 頁第 2 頁

6. Let $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{5 \times 3}$ and $\text{nullity}(\mathbf{A})$ denote the dimension of $N(\mathbf{A})$. Suppose $\text{nullity}(\mathbf{A}) = 2$. Which of the following statements are true?
- (A) $\text{rank}(\mathbf{A}^T) = 3$
 (B) $\text{nullity}(\mathbf{A}^T) = 4$
 (C) Let $\mathbf{A} = [\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3]$, where $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3$ are column vectors of \mathbf{A} . Then \mathbf{a}_1 and \mathbf{a}_2 are linearly dependent.
 (D) The linear equation $\mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{0}$ has infinitely many solutions.
 (E) The linear equation $\mathbf{A}^T\mathbf{y} = \mathbf{d}$ cannot have a unique solution for any $\mathbf{d} \in \mathbb{R}^3$.

7. Let P_n denote the set of all polynomials of degree less than n . Which of the following statements are true?
- (A) Suppose $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3$ are linearly independent vectors in P_3 . Then $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3$ span P_3 .
 (B) If $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3$ are linearly dependent, then $\text{Span}(\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2)$ must be equal to $\text{Span}(\mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3)$.
 (C) P_2 is a subspace of P_3 .
 (D) If $\mathbf{v}_1 + \mathbf{v}_2 + \mathbf{v}_3$ equals the zero polynomial, then $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3$ must be linearly dependent.
 (E) If $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \dots, \mathbf{v}_m$ span a vector space V , then $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \dots, \mathbf{v}_m$ must be linearly independent.

8. Let $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ and

$$N(\mathbf{A}) = \text{Span}\left(\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}\right), R(\mathbf{A}^T) = \text{Span}(\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2), \mathbf{v}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}, \mathbf{v}_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}, \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Let \mathbf{p} be the orthogonal projection of \mathbf{b} onto $N(\mathbf{A})$. Suppose $\mathbf{b} - \mathbf{p} = \alpha\mathbf{v}_1 + \beta\mathbf{v}_2$. Which of the following statements are true?

- (A) $9\alpha = 8$ (B) $9\alpha = 9$ (C) $9\beta = 7$ (D) $9\beta = 8$ (E) $9\alpha + 9\beta = 15$

9. Define a mapping $L: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ by $L(\mathbf{x}) = \mathbf{K}\mathbf{x}$, where $\mathbf{K} \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$. Suppose that $E = \{\mathbf{p}, \mathbf{K}\mathbf{p}, \mathbf{K}^2\mathbf{p}\}$ is an ordered basis of \mathbb{R}^3 , and $\mathbf{K}^3\mathbf{p} - 5\mathbf{K}^2\mathbf{p} + 7\mathbf{K}\mathbf{p} - 11\mathbf{p} = \mathbf{0}$. Let \mathbf{A} be the matrix representation of L with respect to basis E . Suppose

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}.$$

Which of the following statements are true?

- (A) $a_{11} + a_{21} + a_{31} = 1$
 (B) $a_{11} + a_{12} + a_{13} = 1$
 (C) $a_{13} = 11$
 (D) $a_{32} = -7$
 (E) $a_{21} = 1$

10. Let \mathbf{S} be the transition matrix from $\{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2\}$ to $\{\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2\}$. Suppose

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}, \mathbf{u}_1 = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}, \mathbf{u}_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}, \mathbf{v}_1 = \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}, \mathbf{v}_2 = \begin{bmatrix} c \\ d \end{bmatrix}.$$

Which of the following statements are true?

- (A) $a = -1$ (B) $b = 2$ (C) $c = 3$ (D) $d = 4$ (E) $a + b + c + d = 23$

國立中山大學 110 學年度碩士暨碩士專班招生考試試題

科目名稱：工程數學乙【電機系碩士班乙組】

題號：431001

※本科目依簡章規定「可以」使用計算機（廠牌、功能不拘）（混合題）

共 4 頁第 3 頁

下面 11-15 題為單選題，每題 2 分，總分 10 分。答錯或未作答者該題以 0 分計。

以下第 11 題到 15 題，考慮非線性微分方程式： $\ddot{x} - \mu(1 - x^2)\dot{x} + \sin(x) = 0$ 。

11. 令 $(y_1, y_2) = (x, \dot{x})$ 。方程式的平衡點發生在

(A) $(y_1, y_2) = (0, 0)$ (B) $(y_1, y_2) = (\pi, 0)$ (C) 以上皆是。

12. 若 $\mu > 0$ ，則初值在平衡點 $(y_1, y_2) = (0, 0)$ 附近的解會隨時間增加而

(A) 收斂到 $(0, 0)$ (B) 遠離 $(0, 0)$ (C) 不一定，跟初值有關。

13. 若 $\mu < 0$ ，則初值在平衡點 $(y_1, y_2) = (0, 0)$ 附近的解會隨時間增加而

(A) 收斂到 $(0, 0)$ (B) 遠離 $(0, 0)$ (C) 不一定，跟初值有關。

14. 考慮對 $(y_1, y_2) = (\pi, 0)$ 作線性化之線性方程式。此時，若 $\mu < 0$ ，則該線性方程式之非零初值解會隨時間增加而

(A) 收斂到 $(0, 0)$ (B) 遠離 $(0, 0)$ (C) 不一定，跟初值有關。

15. 考慮上題所述之線性方程式。此時，若 $\mu > 0$ ，則該線性方程式之非零初值解會隨時間增加而

(A) 收斂到 $(0, 0)$ (B) 遠離 $(0, 0)$ (C) 不一定，跟初值有關。

下面 16-20 題為單選題，每題 1 分，總分 5 分。答錯或未作答者該題以 0 分計。

考慮函數 $f: [0, \infty) \mapsto \mathbb{R}$ (\mathbb{R} 代表實數所成之集合) 及 Laplace 轉換 $\mathbb{L}: f \mapsto F$ ，定義為：

$$F(s) = \int_0^{\infty} f(\tau)e^{-s\tau} d\tau$$

以下第 16 題到 20 題，我們令 $F(s) = \mathbb{L}(f(t))$ 。

16. 請問 Laplace 轉換 \mathbb{L} 是否為一個線性操作？

(A) 是 (B) 否 (C) 不一定，與函數 f 有關。

17. $\mathbb{L}(\dot{f}(t))$ 等於以下哪個函數？

(A) $\dot{F}(s)$ (B) $sF(s)$ (C) 以上兩者都不是。

18. 令 $\theta > 0$ 為一實數，則 $\mathbb{L}(f(t - \theta))$ 等於以下哪個函數？

(A) $F(s - \theta)$ (B) $e^{-s\theta}F(s)$ (C) $F(\theta s)$ 。

19. $\mathbb{L}(tf(t))$ 等於以下哪個函數？

(A) $-\dot{F}(s)$ (B) $sF(s)$ (C) $\dot{F}(s) - f(0)$ 。

20. 令 n 為一正整數， $f(t) = t^n$ ，則 $\mathbb{L}(f(t))$ 等於以下哪個函數？

(A) $\frac{1}{s^n}$ (B) $\frac{n!}{s^{n+1}}$ (C) $\frac{n+1}{s^n}$ 。

國立中山大學 110 學年度碩士暨碩士專班招生考試試題

科目名稱：工程數學乙【電機系碩士班乙組】

題號：431001

※本科目依簡章規定「可以」使用計算機（廠牌、功能不拘）（混合題）

共 4 頁第 4 頁

以下第 21 題到第 22 題需要詳明推導計算過程。如推導計算過程錯誤，將酌扣分數或不給分。

21. (共 25 分) 令 $Y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix}$, $A = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ 。考慮微分方程式： $\ddot{Y} = AY + Bu$ 。

(a). (10 分) 令 $u \equiv 0$, $Y(0) = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$, $\dot{Y}(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$, 請找出微分方程式之解。

(b). (5 分) 請問 (a) 小題的解是否滿足 $\lim_{t \rightarrow \infty} Y(t) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$?

(c). (5 分) 令 $Y(0) = \dot{Y}(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$, u 為單位步階函數；i.e., $u(t) = \begin{cases} 1 & t \geq 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases}$ 。請問此時微分方程式的解是否滿足 $\lim_{t \rightarrow \infty} Y(t) = -A^{-1}B$ 。

(d). (5 分) 令 $K = [k_1 \ k_2]$, $u = KY$ 帶回原微分方程式，吾人得： $\ddot{Y} = (A + BK)Y$ 。針對新的方程式，請問是否存在 k_1, k_2 使得該方程式的任何「非零初值解」都滿足 $\lim_{t \rightarrow \infty} Y(t) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$?

22. (共 10 分) 考慮微分方程式： $\ddot{x}(t) + 4\dot{x}(t) + 9x(t) = \cos(\omega t)$, $t \in (-\infty, \infty)$ 。

(a). (5 分) 請問 ω 之值為何會讓解 $x(t)$ 有最大振幅？

(b). (5 分) 請問 ω 之值為何會讓解 $x(t)$ 與 $\cos(\omega t)$ 恰好有 $\pi/4$ 的相角差？

國立中山大學 110 學年度 碩士暨碩士專班招生考試試題

科目名稱：控制系統【電機系碩士班乙組】

—作答注意事項—

考試時間：100 分鐘

- 考試開始鈴響前不得翻閱試題，並不得書寫、劃記、作答。請先檢查答案卷（卡）之應考證號碼、桌角號碼、應試科目是否正確，如有不同立即請監試人員處理。
- 答案卷限用藍、黑色筆(含鉛筆)書寫、繪圖或標示，可攜帶橡皮擦、無色透明無文字墊板、尺規、修正液（帶）、手錶(未附計算器者)。每人每節限使用一份答案卷，不得另攜帶紙張，請衡酌作答。
- 答案卡請以 2B 鉛筆劃記，不可使用修正液（帶）塗改，未使用 2B 鉛筆、劃記太輕或污損致光學閱讀機無法辨識答案者，其後果由考生自行負擔。
- 答案卷（卡）應保持清潔完整，不得折疊、破壞或塗改應考證號碼及條碼，亦不得書寫考生姓名、應考證號碼或與答案無關之任何文字或符號。
- 可否使用計算機請依試題資訊內標註為準，如「可以」使用，廠牌、功能不拘，唯不得攜帶具有通訊、記憶或收發等功能或其他有礙試場安寧、考試公平之各類器材、物品（如鬧鈴、行動電話、電子字典等）入場。
- 試題及答案卷（卡）請務必繳回，未繳回者該科成績以零分計算。
- 試題採雙面列印，考生應注意試題頁數確實作答。
- 違規者依本校招生考試試場規則及違規處理辦法處理。

國立中山大學 110 學年度碩士暨碩士專班招生考試試題

科目名稱：控制系統【電機系碩士班乙組】

題號：431008

※本科目依簡章規定「可以」使用計算機（廠牌、功能不拘）（問答申論題）

共 3 頁 第 1 頁

Problem 1 (18%) The block diagram of a control system is displayed in Fig. 1.

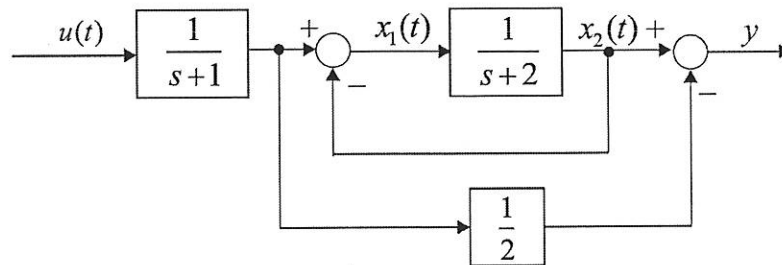


Figure 1: Control system of Problem 1.

(a) (8%) Write the dynamic equations of this control system in state space form. i.e.,

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{b}u(t), \quad y(t) = \mathbf{c}\mathbf{x}(t) + du(t)$$

Is this system controllable or observable?

- (b) (5%) If the control system is not controllable (or not observable) in part (a), is it possible to reassign the state variables so that it becomes a controllable (or observable) system? If your answer is yes, then reassign the state variables and recheck the condition of controllability and observability.
- (c) (5%) Is it possible to assign the state variables so that the system is both controllable and observable? Give the reason.

Problem 2 (22%) Consider a control system with the following loop transfer function

$$L(s) = \frac{K}{(s-2)(s^2+4)}, \quad -\infty \leq K \leq \infty,$$

whose Nyquist path is shown in Fig. 2.

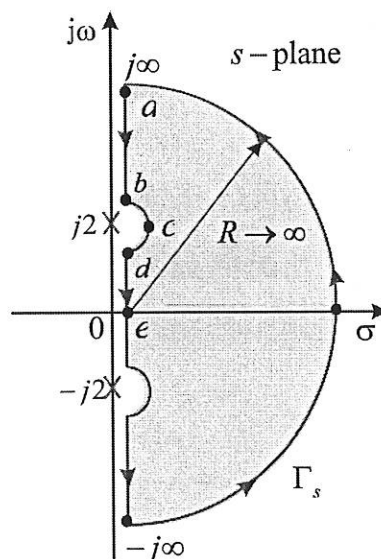


Figure 2: Nyquist path of Problem 2.

- (a) I. (6%) Sketch the Nyquist plot of this system for $K > 0$ in accordance with Fig. 2.
- II. Indicate clearly each mapping of point a: (2%) ($0 + j\omega, \omega \rightarrow \infty^+$), b: (2%) ($0 + j\omega, \omega \rightarrow 2^+$), c: (2%) ($j2 + \epsilon e^{j\phi}, \epsilon \rightarrow 0, \phi \rightarrow 0$), d: (2%) ($0 + j\omega, \omega \rightarrow 2^-$) and e: (2%) ($\omega = 0$) in your plot.

國立中山大學 110 學年度碩士暨碩士專班招生考試試題

科目名稱：控制系統【電機系碩士班乙組】

題號：431008

※本科目依簡章規定「可以」使用計算機（廠牌、功能不拘）（問答申論題）

共 3 頁第 2 頁

- (b) (6%) Suppose that the Nyquist plot ($K > 0$) in part (a) is depicted in Fig. 3, and it has an intersection with axis $Re(L(s))$ at K . Using Nyquist criterion and Fig. 3, determine the range of $K < 0$ such that the closed-loop system is stable. If the system is unstable due to the range of K , find the number of closed-loop pole(s) in the right-half of s -plane.

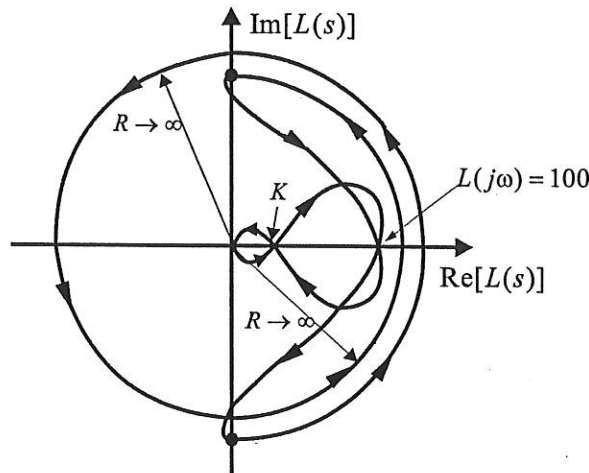


Figure 3: Your answer in Part (a) of Problem 2.

Problem 3 (10%) Consider an unstable plant with PI controller depicted in Fig. 4, where K_p , K_I , α and input signal r are all constants.

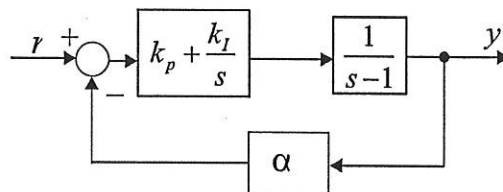


Figure 4: Control system of Problem 3.

One wants to design the PI controller and feedback gain α to stabilize the overall controlled system and to meet the following requirements:

- (i) The controlled system has to be asymptotically stable.
 - (ii) Settling time $t_s = \frac{4.5\zeta}{\omega_n} \leq 0.45$, where ζ and ω_n are dampin ratio and natural frequency of a second order system respectively.
 - (iii) Damping ratio $\zeta \geq \frac{1}{\sqrt{2}}$
- (a) (7%) Find the relationship among α , K_p and K_I in order to satisfy the above three requirements.
- (b) (3%) In addition to the specifications (i) to (iii), another requirement is that the steady-state error $e(t) \triangleq y(t) - r(t)$ due to a unit-step input function is less than 0.01. According to this requirement, write down the mathmethical constraint(s) of α , K_p and K_I .

國立中山大學 110 學年度碩士暨碩士專班招生考試試題

科目名稱：控制系統【電機系碩士班乙組】

題號：431008

※本科目依簡章規定「可以」使用計算機（廠牌、功能不拘）（問答申論題）

共 3 頁 第 3 頁

Problem 4 (30%) The dynamic equation of a DC motor is described by

$$J \frac{d\omega(t)}{dt} + B \omega(t) = K i(t - 0.01),$$

where $i(t)$ is the driving current and $\omega(t)$ is the angular velocity of the motor.

- (a) (10%) Derive the transfer function from the current i to the angular velocity ω .
- (b) (10%) Is it a minimum-phase or non-minimum-phase system?
- (c) (10%) The motor's torque constant K is assumed to be 0.1. Given the unit-step response in Fig. 5, estimate the values of J and B .

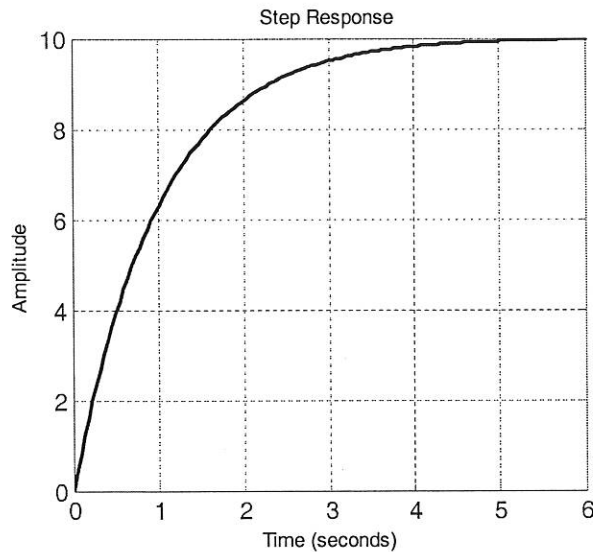


Figure 5: Waveform of ω , given a unit step i .

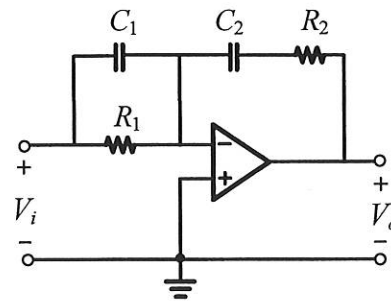


Figure 6: PID controller

Problem 5 (20%) An operational amplifier in Fig. 6 is used to implement a PID controller

$$\frac{V_o(s)}{V_i(s)} = -\left(2.5 + \frac{100}{s} + 0.01s\right),$$

Given $R_2=5 \text{ k}\Omega$ and $C_2=1 \text{ }\mu\text{F}$, determine the required values R_1 and C_1 .

國立中山大學 110 學年度 碩士暨碩士專班招生考試試題

科目名稱：離散數學【電機系碩士班丙組】

— 作答注意事項 —

考試時間：100 分鐘

- 考試開始鈴響前不得翻閱試題，並不得書寫、劃記、作答。請先檢查答案卷（卡）之應考證號碼、桌角號碼、應試科目是否正確，如有不同立即請監試人員處理。
- 答案卷限用藍、黑色筆(含鉛筆)書寫、繪圖或標示，可攜帶橡皮擦、無色透明無文字墊板、尺規、修正液（帶）、手錶(未附計算器者)。每人每節限使用一份答案卷，不得另攜帶紙張，請衡酌作答。
- 答案卡請以 2B 鉛筆劃記，不可使用修正液（帶）塗改，未使用 2B 鉛筆、劃記太輕或污損致光學閱讀機無法辨識答案者，其後果由考生自行負擔。
- 答案卷（卡）應保持清潔完整，不得折疊、破壞或塗改應考證號碼及條碼，亦不得書寫考生姓名、應考證號碼或與答案無關之任何文字或符號。
- 可否使用計算機請依試題資訊內標註為準，如「可以」使用，廠牌、功能不拘，唯不得攜帶具有通訊、記憶或收發等功能或其他有礙試場安寧、考試公平之各類器材、物品（如鬧鈴、行動電話、電子字典等）入場。
- 試題及答案卷（卡）請務必繳回，未繳回者該科成績以零分計算。
- 試題採雙面列印，考生應注意試題頁數確實作答。
- 違規者依本校招生考試試場規則及違規處理辦法處理。

國立中山大學 110 學年度碩士暨碩士專班招生考試試題

科目名稱：離散數學【電機系碩士班丙組】

題號：431011

※本科目依簡章規定「可以」使用計算機（廠牌、功能不拘）（問答申論題） 共 2 頁第 1 頁

Problem 1. (5%) TRUE or FALSE: Decide whether or not the following statements are True(O) or False(X). You do **not** have to justify the answer. Each correct answer is 1 point, and each incorrect one is -3 points (until you get 0 points in this test). If you choose not to answer, you get 0 points for each.

- A) If i and j belong to a ring, then $(i + j)^2 = i^2 + 2ij + j^2$
- B) Every cyclic group is an abelian group but not every abelian group is a cyclic group
- C) A normal subgroup is a monoid with the same number of elements of the original group
- D) For any finite-dimensional commutative local algebra L over a field F , L is self-injective
- E) A clique of an undirected graph G is a complete subgraph of G

Problem 2. (5%) 2003 is a prime number. Find out how many square numbers are the factors of 2003^{2003} . You will be awarding -2 points for the incorrect answer(until you get 0 points in all the problems of this test). Please justify your answer. Otherwise, you get 0 points.

- A) 0
- B) 1
- C) 44
- D) 1002
- E) 2003

Problem 3. (5%) Let $x = (1,3,5)(1,2)$ and $y = (1,5,7,9) \in \text{Group } G$. Please calculate $x^{-1}yx$. Please justify your answer. Otherwise, you get 0 points.

Problem 4. (15%) There are two apples and four oranges. You would like to buy three of them, but at least one apple should be selected. Please show that how many choices you have. Please justify your answer. Otherwise, you get 0 points.

Problem 5 (15%) Assume that $\varphi: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ is a function that satisfies

$$\varphi(\varphi(a)) = a^2 - a + 1,$$

where a is a real number. Find $\varphi(0)$. Please justify your answer. Otherwise, you get 0 points.

Problem 6 (15%) Given an equation $xy + x + y = 2004$, where $x (>0)$ and $y (>0)$ are both integers, find the solution(s). Please justify your answer. Otherwise, you get 0 points.

Problem 7 (15%) Find $F(n)$ that satisfies the following recurrence

$$F(n) = 5F(n - 1) - 6F(n - 2).$$

Please justify your answer. Otherwise, you get 0 points.

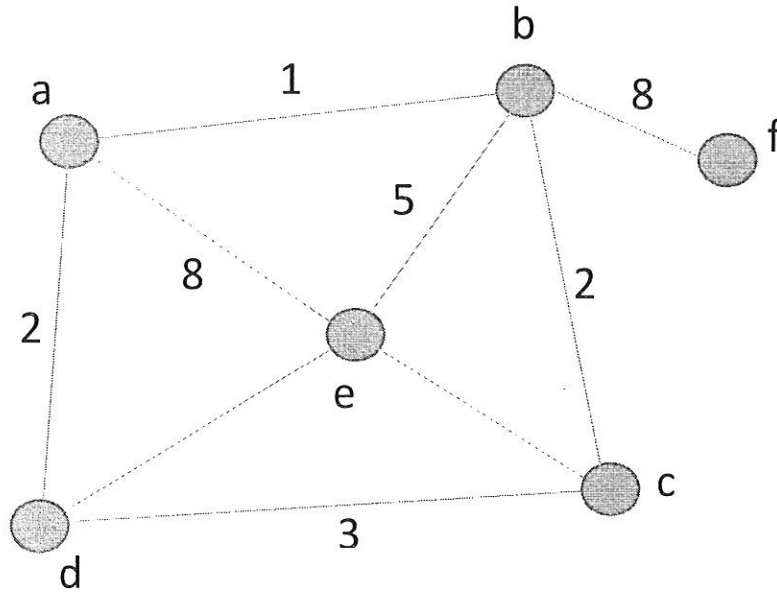
國立中山大學 110 學年度碩士暨碩士專班招生考試試題

科目名稱：離散數學【電機系碩士班丙組】

題號：431011

※本科目依簡章規定「可以」使用計算機（廠牌、功能不拘）（問答申論題） 共 2 頁第 2 頁

Problem 8 (25%) Apply the Depth-First Search algorithm to find out the traversal order, where the vertex “a” is the start, and the vertices with lower adjacent weights should be visited first. Please justify your answer. Otherwise, you get 0 points. **Hint: Use a stack.**



國立中山大學 110 學年度 碩士暨碩士專班招生考試試題

科目名稱：資料結構【電機系碩士班丙組】

—作答注意事項—

考試時間：100 分鐘

- 考試開始鈴響前不得翻閱試題，並不得書寫、劃記、作答。請先檢查答案卷（卡）之應考證號碼、桌角號碼、應試科目是否正確，如有不同立即請監試人員處理。
- 答案卷限用藍、黑色筆(含鉛筆)書寫、繪圖或標示，可攜帶橡皮擦、無色透明無文字墊板、尺規、修正液（帶）、手錶(未附計算器者)。每人每節限使用一份答案卷，不得另攜帶紙張，請衡酌作答。
- 答案卡請以 2B 鉛筆劃記，不可使用修正液（帶）塗改，未使用 2B 鉛筆、劃記太輕或污損致光學閱讀機無法辨識答案者，其後果由考生自行負擔。
- 答案卷（卡）應保持清潔完整，不得折疊、破壞或塗改應考證號碼及條碼，亦不得書寫考生姓名、應考證號碼或與答案無關之任何文字或符號。
- 可否使用計算機請依試題資訊內標註為準，如「可以」使用，廠牌、功能不拘，唯不得攜帶具有通訊、記憶或收發等功能或其他有礙試場安寧、考試公平之各類器材、物品（如鬧鈴、行動電話、電子字典等）入場。
- 試題及答案卷（卡）請務必繳回，未繳回者該科成績以零分計算。
- 試題採雙面列印，考生應注意試題頁數確實作答。
- 違規者依本校招生考試試場規則及違規處理辦法處理。

國立中山大學 110 學年度碩士暨碩士專班招生考試試題

科目名稱：資料結構【電機系碩士班丙組】

題號：431004

※本科目依簡章規定「可以」使用計算機（廠牌、功能不拘）（問答申論題） 共 2 頁第 1 頁

1. 【此題 15 分】我們用陣列實作 heap。圖一是 heap 陣列裡頭的內容，每個元素皆為正整數，並且我們設定「正整數值愈小，priority 愈高」。現在，我們想將 heap 裡頭 priority 最高的元素刪除；請問刪除之後，heap 陣列裡頭的內容為何？畫出 heap 陣列裡頭每個 index 的內容。

圖一：

index	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
內容	3	4	6	7	5	8	7	10	16	11	12	16	15

2. 【此題 15 分】請寫出中序 (infix) 運算式 $2 * ((13 - 6 / 2) * (7 + 6))$ 所對應的後序 (postfix) 運算式。

3. 【此題 20 分】圖二為 doubly linked list 資料結構，其中每個 Node 結構包含三個欄位「prev、key、next」；更具體地說，下方為 Node 結構的宣告：

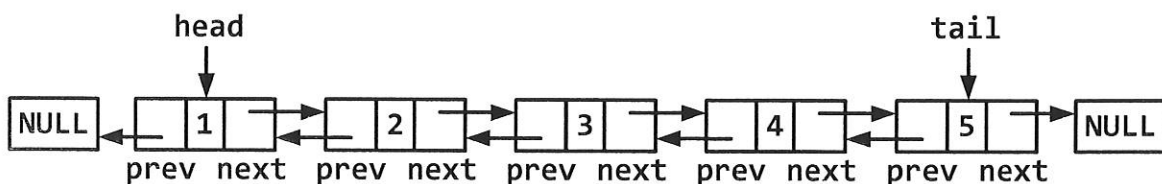
```
struct Node {  
    Node* prev; // 指向前一個 Node  
    int key;  
    Node* next; // 指向下一個 Node  
};
```

現在，如圖二，給定一個 doubly linked list，裡頭包含 5 個 Node；Node 裡頭的數字為該 Node 的 key 欄位值。請寫出一段程式碼，能夠在輸入 i 的值之後，刪除圖二裡頭第 i 個 Node，其中 $1 \leq i \leq 5$ 。

註 1：圖二裡頭，第 1 個 Node 為指標變數 head 所指到的 Node，第 5 個 Node 為指標變數 tail 所指到的 Node；NULL 表示空指標 (null pointer)。

註 2：限定程式碼裡頭必須有迴圈，否則此題以 0 分計算。

圖二：



國立中山大學 110 學年度碩士暨碩士專班招生考試試題

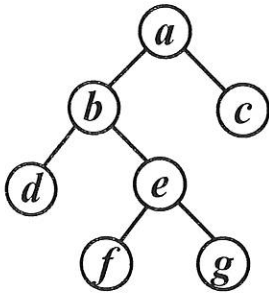
科目名稱：資料結構【電機系碩士班丙組】

題號：431004

※本科目依簡章規定「可以」使用計算機（廠牌、功能不拘）（問答申論題） 共 2 頁第 2 頁

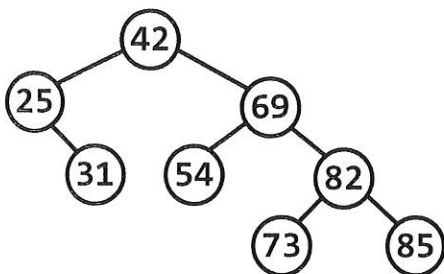
4. 【此題 20 分】在圖三所示的 tree 裡頭，每個 node 裡頭的英文字母為該 node 的 key 值，我們假設 root 的 key 值為 a 。當我們分別按 breadth-first search (BFS)、preorder、inorder、postorder 次序拜訪圖三的 tree 時，nodes 被拜訪的次序為何？

圖三：



5. 【此題 15 分】圖四為一個 AVL tree，每個 node 儲存一筆資料，node 裡頭的數字，代表資料的 key 值；root 的 key 值為 42。畫出「刪除 key 值為 42 的資料」之後的 AVL tree。

圖四：



6. 【此題 15 分】陣列所能儲存的元素個數稱為 capacity。向量 (vector) 是一種能擴增 capacity 的陣列。我們採用向量、open addressing、linear probing 的方式實作 hash table，並保持 load factor 最多為 0.6；此外，每次執行 rehashing 時，向量的 capacity 都擴增為「大於原本 capacity 值 1.5 倍的最小質數」。假設我們打算放入 hash table 的資料，key 值為正整數，並且 hash function 為 $h(\text{key}) = \text{key} \% \text{capacity}$ ；此外，實作 hash table 的向量，其 capacity 的起始值為 5。那麼，當我們依序把 key 值為 54、23、41、57、19、36、47 的資料依序放入 hash table 之後，hash table 的內容為何？畫出每一筆資料的最後所在位置。

國立中山大學 110 學年度 碩士暨碩士專班招生考試試題

科目名稱：電路學【電機系碩士班丁組】

—作答注意事項—

考試時間：100 分鐘

- 考試開始鈴響前不得翻閱試題，並不得書寫、劃記、作答。請先檢查答案卷（卡）之應考證號碼、桌角號碼、應試科目是否正確，如有不同立即請監試人員處理。
- 答案卷限用藍、黑色筆(含鉛筆)書寫、繪圖或標示，可攜帶橡皮擦、無色透明無文字墊板、尺規、修正液（帶）、手錶(未附計算器者)。每人每節限使用一份答案卷，不得另攜帶紙張，請衡酌作答。
- 答案卡請以 2B 鉛筆劃記，不可使用修正液（帶）塗改，未使用 2B 鉛筆、劃記太輕或污損致光學閱讀機無法辨識答案者，其後果由考生自行負擔。
- 答案卷（卡）應保持清潔完整，不得折疊、破壞或塗改應考證號碼及條碼，亦不得書寫考生姓名、應考證號碼或與答案無關之任何文字或符號。
- 可否使用計算機請依試題資訊內標註為準，如「可以」使用，廠牌、功能不拘，唯不得攜帶具有通訊、記憶或收發等功能或其他有礙試場安寧、考試公平之各類器材、物品（如鬧鈴、行動電話、電子字典等）入場。
- 試題及答案卷（卡）請務必繳回，未繳回者該科成績以零分計算。
- 試題採雙面列印，考生應注意試題頁數確實作答。
- 違規者依本校招生考試試場規則及違規處理辦法處理。

國立中山大學 110 學年度碩士暨碩士專班招生考試試題

科目名稱：電路學【電機系碩士班丁組】

題號：431006

※本科目依簡章規定「可以」使用計算機（廠牌、功能不拘）（問答申論題） 共 2 頁第 1 頁

- (10pt) A capacitor $100\mu\text{F}$ with initial voltage 100V is discharged to 50V by a resistor 10Ω . Determine the discharged time and energy consumption on the resistor.
- (10pt) The voltage across a load and the current through it are given by $v(t) = 100\cos(100t)$ V and $i(t) = 10\cos(100t - 30^\circ)$ A, respectively. Find:
 - RMS value of the current. (5pt)
 - Power factor of the load. (5pt)
- (10pt) A 3-phase 3-wire balanced source 220V system supplies a three-phase balanced load 5kVA at 0.866 power factor lagging. Find line current and load impedance.
- (10pt) For figure 1, determine input impedance and the output voltage.

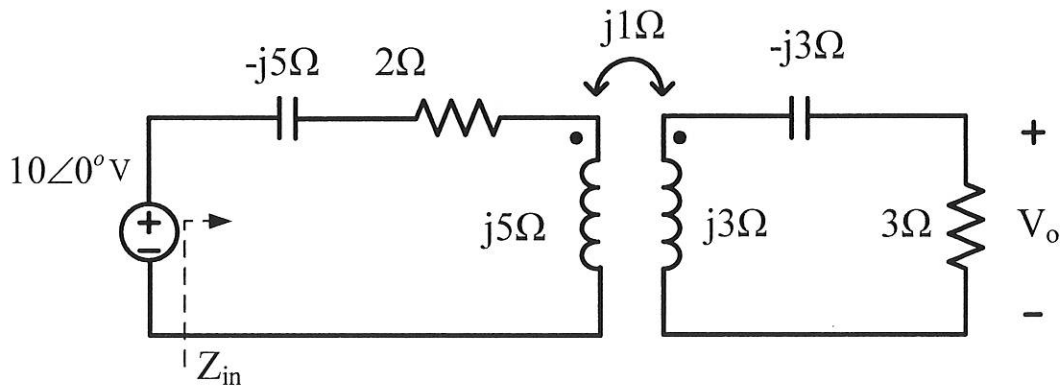


Figure 1

- (10pt) Determine the transfer function and corner frequency in the figure 2.

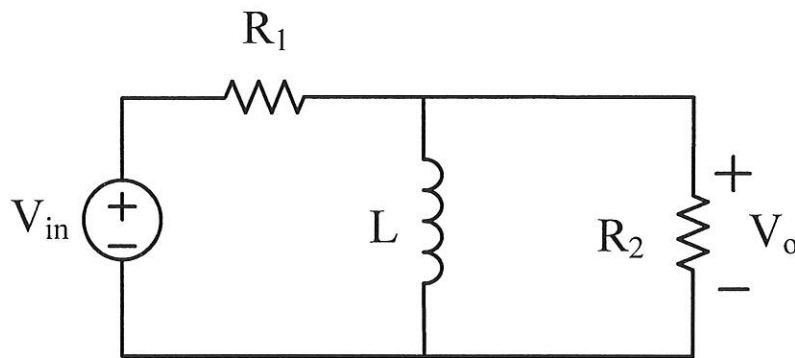


Figure 2

- (10pt) For the s-domain circuit in figure3, determine the transfer function and $v_o(t)$ if $v_s(t) = \cos 2t$.

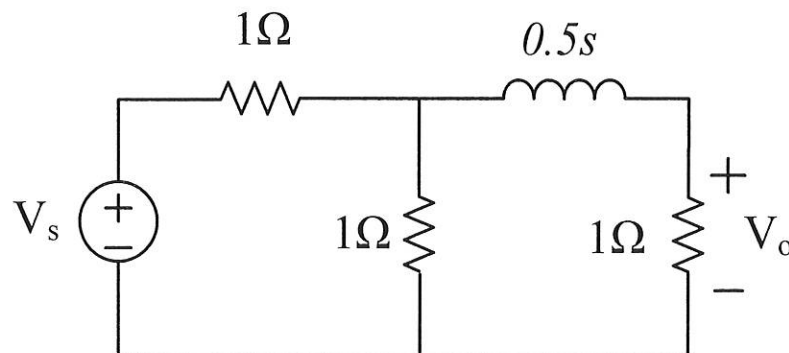


Figure 3

國立中山大學 110 學年度碩士暨碩士專班招生考試試題

科目名稱：電路學【電機系碩士班丁組】

題號：431006

※本科目依簡章規定「可以」使用計算機（廠牌、功能不拘）（問答申論題） 共 2 頁第 2 頁

7. (10pt) Figure 4 is a resonant circuit with $V_g=10V$, $C=1\mu F$, $L=1\mu H$. Initial capacitor voltage is 10V. Find initial inductor current (positive value) to result in zero minimum capacitor voltage.

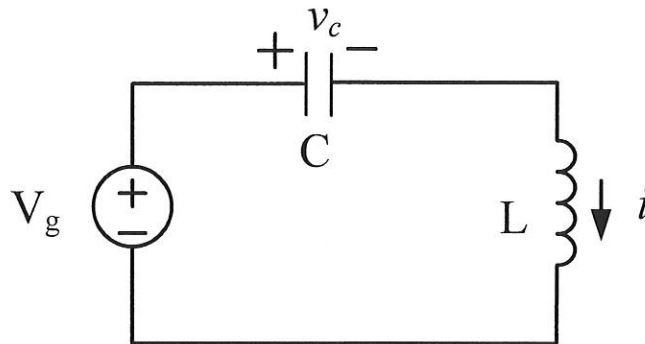


Figure 4

8. (10pt) A buck converter is with the following parameters: $V_{in}=20V$, $V_{out}=10V$, switching frequency 10kHz, output power 100W. Determine the minimum inductance for the converter operated in CCM and current ripple on the inductor.
9. (20pt) Find state-space representation of the circuit in Figure 5 and determine its transfer function. Take $R=1\Omega$, $C=0.5F$, $L=0.5H$.

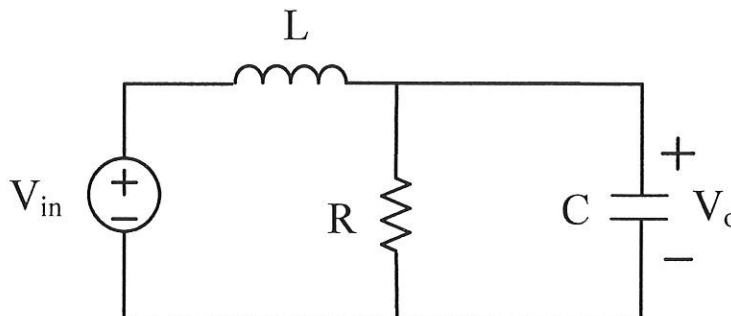


Figure 5

國立中山大學 110 學年度 碩士暨碩士專班招生考試試題

科目名稱：計算機結構【電機系碩士班己組】

—作答注意事項—

考試時間：100 分鐘

- 考試開始鈴響前不得翻閱試題，並不得書寫、劃記、作答。請先檢查答案卷（卡）之應考證號碼、桌角號碼、應試科目是否正確，如有不同立即請監試人員處理。
- 答案卷限用藍、黑色筆(含鉛筆)書寫、繪圖或標示，可攜帶橡皮擦、無色透明無文字墊板、尺規、修正液（帶）、手錶(未附計算器者)。每人每節限使用一份答案卷，不得另攜帶紙張，請衡酌作答。
- 答案卡請以 2B 鉛筆劃記，不可使用修正液（帶）塗改，未使用 2B 鉛筆、劃記太輕或污損致光學閱讀機無法辨識答案者，其後果由考生自行負擔。
- 答案卷（卡）應保持清潔完整，不得折疊、破壞或塗改應考證號碼及條碼，亦不得書寫考生姓名、應考證號碼或與答案無關之任何文字或符號。
- 可否使用計算機請依試題資訊內標註為準，如「可以」使用，廠牌、功能不拘，唯不得攜帶具有通訊、記憶或收發等功能或其他有礙試場安寧、考試公平之各類器材、物品（如鬧鈴、行動電話、電子字典等）入場。
- 試題及答案卷（卡）請務必繳回，未繳回者該科成績以零分計算。
- 試題採雙面列印，考生應注意試題頁數確實作答。
- 違規者依本校招生考試試場規則及違規處理辦法處理。

國立中山大學 110 學年度碩士暨碩士專班招生考試試題

科目名稱：計算機結構【電機系碩士班已組】

題號：431007

※本科目依簡章規定「可以」使用計算機（廠牌、功能不拘）（問答申論題）

共 1 頁第 1 頁

1. [20%]
 - A. (2%) What is the design idea of a multicycle processor?
 - B. (4%) What are the advantages and disadvantages of a multicycle processor?
 - C. (8%) Draw the hardware architecture of a multicycle datapath of a MIPS processor.
 - D. (6%) What are the differences between the hardware architecture of a multicycle MIPS processor and that of a five-pipeline-stage MIPS processor? Please also explain why these differences are necessary.
2. [20%]
 - A. (3%) What is dynamic branch prediction?
 - B. (3%) How to deal with the situation when the prediction is inaccurate?
 - C. (9%) What is the state diagram of a 2-bit dynamic branch predictor? How to implement this 2-bit dynamic branch predictor?
 - D. (5%) How can this branch predictor be integrated into a five-pipeline-stage MIPS processor?
3. [20%]
 - A. (3%) What is virtual memory?
 - B. (3%) What is TLB (translation-lookaside buffer)? Why do we need TLB?
 - C. (9%) Draw the architecture of a virtual memory based on TLB and explain how this architecture works.
 - D. (5%) What are page faults and TLB misses? How to handle pages faults and TLB misses?
4. [20%]
 - A. (4%) (1) Draw the hardware architecture of a 32-bit unsigned multiplier by using only one 32-bit ALU, one 32-bit register, one 64-bit register, and one control circuit. (4%) (2) Explain the operational flow of this multiplier. (2%) (3) What are advantages and disadvantages of this multiplier design?
 - B. (4%) (1) Draw the hardware architecture of a faster 32-bit unsigned multiplier based on loop unrolling. (4%) (2) Explain the operational flow of this multiplier. (2%) (3) What are advantages and disadvantages of this multiplier design?
5. [20%] Explain the following terms:
 - A. (4%) Big Endian
 - B. (4%) Write-back scheme of a cache
 - C. (4%) Non-volatile memory
 - D. (4%) Out-of-order execution
 - E. (4%) Floating point

國立中山大學 110 學年度 碩士暨碩士專班招生考試試題

科目名稱：電磁學【電波聯合碩士班、通訊所碩士班乙組、電機系碩士班戊組】

—作答注意事項—

考試時間：100 分鐘

- 考試開始鈴響前不得翻閱試題，並不得書寫、劃記、作答。請先檢查答案卷（卡）之應考證號碼、桌角號碼、應試科目是否正確，如有不同立即請監試人員處理。
- 答案卷限用藍、黑色筆(含鉛筆)書寫、繪圖或標示，可攜帶橡皮擦、無色透明無文字墊板、尺規、修正液（帶）、手錶(未附計算器者)。每人每節限使用一份答案卷，不得另攜帶紙張，請衡酌作答。
- 答案卡請以 2B 鉛筆劃記，不可使用修正液（帶）塗改，未使用 2B 鉛筆、劃記太輕或污損致光學閱讀機無法辨識答案者，其後果由考生自行負擔。
- 答案卷（卡）應保持清潔完整，不得折疊、破壞或塗改應考證號碼及條碼，亦不得書寫考生姓名、應考證號碼或與答案無關之任何文字或符號。
- 可否使用計算機請依試題資訊內標註為準，如「可以」使用，廠牌、功能不拘，唯不得攜帶具有通訊、記憶或收發等功能或其他有礙試場安寧、考試公平之各類器材、物品（如鬧鈴、行動電話、電子字典等）入場。
- 試題及答案卷（卡）請務必繳回，未繳回者該科成績以零分計算。
- 試題採雙面列印，考生應注意試題頁數確實作答。
- 違規者依本校招生考試試場規則及違規處理辦法處理。

國立中山大學 110 學年度碩士暨碩士專班招生考試試題

科目名稱：電磁學【電波聯合碩士班、通訊所碩士班乙組、電機系碩士班戊組】題號：482004

※本科目依簡章規定「可以」使用計算機（廠牌、功能不拘）（問答申論題） 共 2 頁第 1 頁

1. (4%) (a) At any point (x_0, y_0, z_0) in the domain of a scalar function $V(x, y, z)$, we take a path a_ℓ along $V = c_i$, where c_i is a constant, or take a path a_n along ∇V . Tell me about the main characteristic (主要特徵) of these two paths a_ℓ and a_n , and also what is $a_\ell \cdot a_n$, the dot product of a_ℓ and a_n ?
- (4%) (b) $\int \nabla V \cdot (a_\ell) d\ell$, where V is a scalar function, $d\ell$ 為任意方向 a_ℓ 之小路徑。() 裏應填什麼？
- (4%) (c) 利用 Divergence theorem for $\nabla \cdot E$ 寫下 E 和 Q (真空中有一 charge Q) 的關係，and
- (4%) (d) 利用 Stokes' theorem for $\nabla \times B$ 寫下 B 和 I (真空中有一 current I) 的關係。
- (4%) (e) 在運算 Divergence $\nabla \cdot A$ 或 Curl $\nabla \times A$ 時 (A 為一向量場)，我們選擇的體積或面積在大小和形狀各有何限制？

2. (5%) Using the *Method of Image*, write down the potential distribution, $V(x, y, z)$, for a point $P(x, y, z)$ in the space, Fig. 1, the dielectric constant of the space is ϵ_0 . Q is a positive point charge of Q 庫侖 Coul.

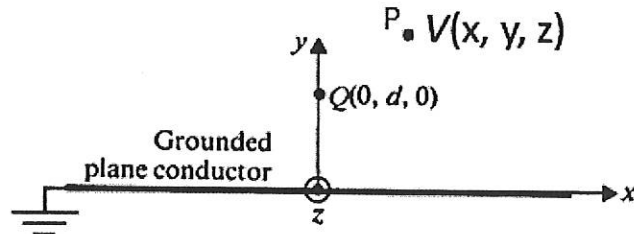


Fig. 1. A point charge Q distance d above the Ground.

3. 在 dielectric constant 為 $\epsilon_r (=1+X_e)$ 的 dielectric 內部之電場為 E (V/m)
- (3%) (a) 請問 Polarization vector P 為何？在 relative permeability 為 $\mu_r (=1+X_m)$ 的一 ferromagnetic material 外面線圈通電流，在其內部產生磁場為 H (A/m)，
- (3%) (b) 請問 Magnetization vector M 為何？
- (3%) (c) 銅的導電性很好，它的 permittivity ϵ 和 permeability μ 各為何？請簡單提供你的理由。

4. For a coaxial transmission line shown in Fig. 2, the capacitance per unit length is $C = \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln \frac{b}{a}} \left[\frac{F}{m} \right]$,

and the inductance per unit length is $\ell = \frac{\mu_0}{8\pi} + \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \frac{b}{a} \left[\frac{H}{m} \right]$. At high frequencies, the internal inductance drops off (that is, approaching 0, and you should know which term is the internal inductance).

- (4%) (a) Find the characteristic impedance of the coaxial line $Z_c = \sqrt{\frac{\ell}{C}}$ at high frequencies 請務必將 internal inductance 拿掉，並寫 Z_c 之單位 (即簡化 $\sqrt{H/F}$)。

- (4%) (b) 請問在地 (Ground, 即半徑 b 粗體部分) 之外的 magnetic flux density B 值為何？

The capacitance of a line charge of radius a over a ground 0, as shown in Left of Fig. 3 $C =$

$$\frac{2\pi\epsilon_0}{\ln \frac{2h}{a}} \left[\frac{F}{m} \right].$$

國立中山大學 110 學年度碩士暨碩士專班招生考試試題

科目名稱：電磁學【電波聯合碩士班、通訊所碩士班乙組、電機系碩士班戊組】題號：482004

※本科目依簡章規定「可以」使用計算機（廠牌、功能不拘）（問答申論題） 共 2 頁第 2 頁

(4%) (c) Find the external inductance L for such a transmission system in air using a quasi-TEM property $L \cdot C = \epsilon_0 \cdot \mu_0$.

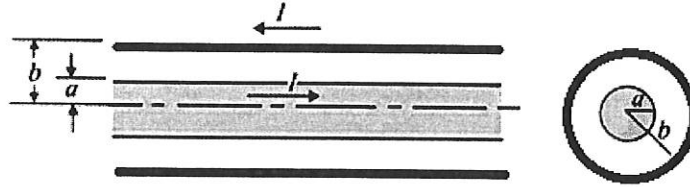


Fig. 2. Coaxial cable side and cross-sectional views, 粗體線代表地 Ground

(4%) (d) Using the result from a), along with the per unit length external inductance found in c), write down the internal & external inductance for the conductor system shown in the Right of Fig. 3.

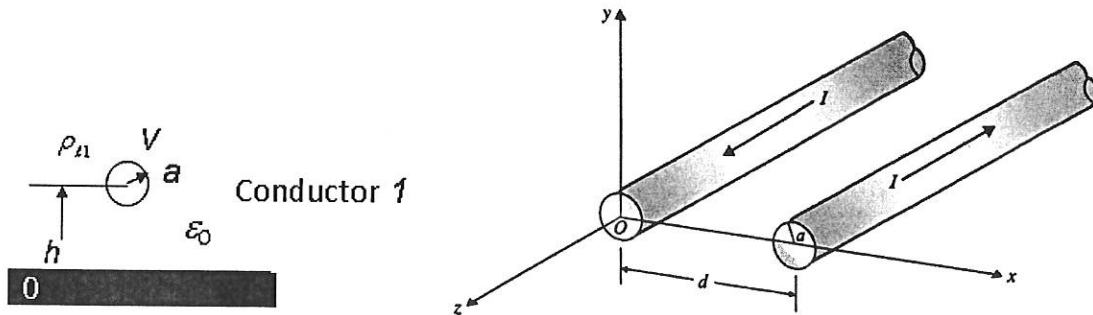


Fig. 3. A single conductor above a Ground (Left); A two-conductor system with currents flow in opposite direction (Right); the two conductors both with radius a and d distance apart.

5. (10%) A right-hand circularly polarized wave represented by the phasor $E(z) = E_0(\mathbf{a}_x - j\mathbf{a}_y)e^{-j\beta z}$ is incident normally from air onto a perfect conductor at $z = 0$. Find the induced current on the conducting wall.
6. (15%) An air-filled $a \times b$ ($b < a < 2b$) rectangular waveguide is to be constructed to operate at 5.8 GHz in the dominant mode. We desire the operating frequency to be at least 25% higher than the cut-off frequency of the dominant mode and also at least 30% below the frequency of the next higher-order mode. Give a typical design for the dimensions a and b .
7. The open-circuited and short-circuited impedances measured at the input terminals of a lossless transmission line of length 1.5 (m), which is less than a quarter wavelength, are $-j54.6$ (Ω) and $j103$ (Ω), respectively.
 - (15%) (a) Determine Z_0 , α , and β of the line.
 - (10%) (b) Determine R , L , G , and C of the line.

國立中山大學 110 學年度 碩士暨碩士專班招生考試試題

科目名稱：通訊理論【通訊所碩士班電波聯合碩士班選考、通訊所碩士班甲組、乙組選考、電機系碩士班戊組選考】

—作答注意事項—

考試時間：100 分鐘

- 考試開始鈴響前不得翻閱試題，並不得書寫、劃記、作答。請先檢查答案卷（卡）之應考證號碼、桌角號碼、應試科目是否正確，如有不同立即請監試人員處理。
- 答案卷限用藍、黑色筆(含鉛筆)書寫、繪圖或標示，可攜帶橡皮擦、無色透明無文字墊板、尺規、修正液（帶）、手錶(未附計算器者)。每人每節限使用一份答案卷，不得另攜帶紙張，請衡酌作答。
- 答案卡請以 2B 鉛筆劃記，不可使用修正液（帶）塗改，未使用 2B 鉛筆、劃記太輕或污損致光學閱讀機無法辨識答案者，其後果由考生自行負擔。
- 答案卷（卡）應保持清潔完整，不得折疊、破壞或塗改應考證號碼及條碼，亦不得書寫考生姓名、應考證號碼或與答案無關之任何文字或符號。
- 可否使用計算機請依試題資訊內標註為準，如「可以」使用，廠牌、功能不拘，唯不得攜帶具有通訊、記憶或收發等功能或其他有礙試場安寧、考試公平之各類器材、物品（如鬧鈴、行動電話、電子字典等）入場。
- 試題及答案卷（卡）請務必繳回，未繳回者該科成績以零分計算。
- 試題採雙面列印，考生應注意試題頁數確實作答。
- 違規者依本校招生考試試場規則及違規處理辦法處理。

國立中山大學 110 學年度碩士暨碩士專班招生考試試題

科目名稱：通訊理論【通訊所碩士班電波聯合碩士班選考、通訊所碩士班甲組、乙組選考、電機系碩士班戊組選考】題號：437002

※本科目依簡章規定「可以」使用計算機（廠牌、功能不拘）（問答申論題） 共 2 頁第 1 頁

1. (30%) Short answer questions.
 - (a). (10%) Explain the sampling theory.
 - (b). (10%) What is the Nyquist criterion?
 - (c). (5%) What is color noise?
 - (d). (5%) Explain why the matched filter is optimum in the additive white Gaussian noise (AWGN) channel.

2. (25%) Consider a signal $x(t)$ whose Fourier transform is expressed as
$$X(j\omega) = \delta(\omega) + \delta(\omega - \pi) + \delta(\omega - 2),$$
and assume
$$h(t) = u(t) - u(t - 2),$$
where $u(t)$ is the unit step function.
 - (a). (10%) Is $x(t)$ a periodic signal? Justify your answer.
 - (b). (5%) Compute the Fourier transform of $h(t)$.
 - (c). (10%) Is $x(t)*h(t)$ a periodic signal? Provide your reason.

3. (5%) Consider a signal $x(t) = u(t + T_0) - u(t - T_0)$, where $u(t)$ is the unit step function. Performing the impulse-train sampling on $x(t)$, we can have $x_p(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(nT)\delta(t - nT)$. What is the sampling period so that $x(t)$ can be perfectly reconstructed by $x_p(t)$?

4. (10%) Assume that we have a complex-value Gaussian random variable $Z = X + jY$, where X and Y are independent identically distributed random variables with zero mean and variance σ^2 . Suppose $W = Ze^{j\phi}$ with a fixed value of ϕ . Show that W and Z have the same joint probability density function (PDF).

5. (10%) Assume that $p_1(t)$ and $p_2(t)$ are two orthogonal complex waveforms.
 - (a). (5%) Let $\phi_1(t) = p_1(t)e^{j2\pi f_c t}$ and $\phi_2(t) = p_2(t)e^{j2\pi f_c t}$. Prove that $\phi_1(t)$ and $\phi_2(t)$ are orthogonal for any f_c .
 - (b). (5%) Let $p_2(t) = p_1(t - T)$. Show that $\phi_2(t) = \phi_1(t - T)$ as f_c is an integer multiple of $1/T$.

國立中山大學 110 學年度碩士暨碩士專班招生考試試題

科目名稱：通訊理論【通訊所碩士班電波聯合碩士班選考、通訊所碩士班甲組、乙組選考、電機系碩士班戊組選考】題號：437002

※本科目依簡章規定「可以」使用計算機（廠牌、功能不拘）（問答申論題） 共 2 頁第 2 頁

6. (20%) Consider a simple communication system that contains a single antenna at the transmitter and M antennas at the receiver. The received signal at the m th antenna with a binary transmitted signal can thus be expressed as

$$y_m = uh_m + w_m,$$

where $u = \pm a$ is the transmitted signal, h_m is the gain of antenna m , and w_m is the associated AWGN with zero mean and variance σ^2 . Herein, u, w_1, \dots, w_M are mutually independent. Collecting y_1, \dots, y_M into a vector, we have

$$\mathbf{y} = u\mathbf{h} + \mathbf{w},$$

where $\mathbf{y} = [y_1 \ \dots \ y_M]^T$, $\mathbf{h} = [h_1 \ \dots \ h_M]^T$ and $\mathbf{w} = [w_1 \ \dots \ w_M]^T$.

- (a). (5%) Combine all y_k 's with the coefficients c_k , $k = 1, \dots, M$. We have $Y = \sum_{m=1}^M c_m y_m = \mathbf{c}^T \mathbf{y}$.

Decide the maximum likelihood detector for u given the observation Y .

- (b). (5%) What is the error probability P_e of the detector in (a)?

Hint: You can use Q -function, where $Q(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^\infty \exp\left(-\frac{u^2}{2}\right) du$.

- (c). (5%) Explain why changing $\alpha \mathbf{c}$ to \mathbf{c} for some nonzero scalar does not change P_e .
- (d). (5%) Compute \mathbf{c} so that P_e is minimized.

國立中山大學 110 學年度 碩士暨碩士專班招生考試試題

科目名稱：工程數學甲【電機系碩士班電波聯合碩士班選考、電機系碩士班甲組、通訊所碩士班乙組選考、電機系碩士班戊組選考、己組、庚組】

—作答注意事項—

考試時間：100 分鐘

- 考試開始鈴響前不得翻閱試題，並不得書寫、劃記、作答。請先檢查答案卷（卡）之應考證號碼、桌角號碼、應試科目是否正確，如有不同立即請監試人員處理。
- 答案卷限用藍、黑色筆(含鉛筆)書寫、繪圖或標示，可攜帶橡皮擦、無色透明無文字墊板、尺規、修正液（帶）、手錶(未附計算器者)。每人每節限使用一份答案卷，不得另攜帶紙張，請斟酌作答。
- 答案卡請以 2B 鉛筆劃記，不可使用修正液（帶）塗改，未使用 2B 鉛筆、劃記太輕或污損致光學閱讀機無法辨識答案者，其後果由考生自行負擔。
- 答案卷（卡）應保持清潔完整，不得折疊、破壞或塗改應考證號碼及條碼，亦不得書寫考生姓名、應考證號碼或與答案無關之任何文字或符號。
- 可否使用計算機請依試題資訊內標註為準，如「可以」使用，廠牌、功能不拘，唯不得攜帶具有通訊、記憶或收發等功能或其他有礙試場安寧、考試公平之各類器材、物品（如鬧鈴、行動電話、電子字典等）入場。
- 試題及答案卷（卡）請務必繳回，未繳回者該科成績以零分計算。
- 試題採雙面列印，考生應注意試題頁數確實作答。
- 違規者依本校招生考試試場規則及違規處理辦法處理。

國立中山大學 110 學年度碩士暨碩士專班招生考試試題

科目名稱：工程數學甲【電機系碩士班電波聯合碩士班選考、電機系碩士班甲組、通訊所碩士班乙組選考、電機系碩士班戊組選考、己組、庚組】題號：431002

※本科目依簡章規定「可以」使用計算機（廠牌、功能不拘）（混合題）

共 4 頁第 1 頁

下面 1-10 題為複選題，每題 5 分，總分 50 分。每題有 5 個選項，僅答錯 1 個選項者，得 3 分；答錯 2 個選項者，得 1 分；答錯多於 2 個選項或未作答者，該題以零分計算。

1. Let \mathbf{x} and \mathbf{y} be nonzero vectors in \mathbb{R}^n , $n \geq 2$. Suppose \mathbf{x} and \mathbf{y} are not orthogonal, i.e. $\mathbf{x}^T \mathbf{y} \neq 0$. Let $\mathbf{A} = \mathbf{x} \mathbf{y}^T$. Which of the following statements are true?
 - (A) 0 is an eigenvalue of \mathbf{A} .
 - (B) $\mathbf{x}^T \mathbf{y}$ is an eigenvalue of \mathbf{A} .
 - (C) \mathbf{x} is an eigenvector of \mathbf{A} .
 - (D) The number of linearly independent eigenvectors associated with eigenvalue 0 is $n - 1$.
 - (E) \mathbf{A} is diagonalizable.

2. Let \mathbf{A} and \mathbf{B} be square matrices and α be a real number. Which of the following statements are true?
 - (A) $\det(\mathbf{A}^2) = \det(\mathbf{A}^T \mathbf{A})$
 - (B) $\det(\mathbf{B}^T \mathbf{A}) = \det(\mathbf{A}^T \mathbf{B}^T)$
 - (C) $\det(\alpha \mathbf{A}) = \alpha \cdot \det(\mathbf{A})$
 - (D) $\det(\mathbf{A} + \mathbf{B}) = \det(\mathbf{A}) + \det(\mathbf{B})$
 - (E) Swapping two rows of \mathbf{A} will not change its determinant.

3. Consider the linear function $L: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$. Suppose $L(\mathbf{x}_i) = \mathbf{y}_i$ for $i = 1, 2, 3, 4$, where

$$\mathbf{x}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}, \mathbf{x}_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}, \mathbf{x}_3 = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}, \mathbf{x}_4 = \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \\ 2 \end{bmatrix}, \mathbf{y}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \mathbf{y}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}, \mathbf{y}_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}.$$
 Suppose $L(\mathbf{x}_4) = [c_1, c_2, c_3]^T$. Which of the following statements are true?
 - (A) $c_1 = 1$ (B) $c_1 = 2$ (C) $c_2 = 2$ (D) $c_2 = 3$ (E) $c_3 = -3$

4. Let $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{m \times n}$, $R(\mathbf{A})$ denote the column space of \mathbf{A} , and $N(\mathbf{A})$ denote the null space of \mathbf{A} . Which of the following statements are true?
 - (A) There exists a nonzero vector $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^m$ such that $\mathbf{A}^T \mathbf{y} = \mathbf{0}$ and $\mathbf{y} = \mathbf{A} \mathbf{x}$ for some $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$.
 - (B) For every $\mathbf{y} \in R(\mathbf{A})$, we can always find some $\mathbf{x} \in R(\mathbf{A}^T)$ such that $\mathbf{y} = \mathbf{A} \mathbf{x}$.
 - (C) Let \mathbf{p} be the orthogonal projection of $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^m$ onto $R(\mathbf{A})$. Then, $\mathbf{y} - \mathbf{p} \in N(\mathbf{A}^T)$.
 - (D) Let \mathbf{y} be a vector in \mathbb{R}^m . If $\mathbf{y} \notin R(\mathbf{A})$, then $\mathbf{y} \in N(\mathbf{A}^T)$.
 - (E) The intersection of $R(\mathbf{A})$ and $N(\mathbf{A}^T)$ is the empty set.

5. Let $E = \{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3\}$ be a basis for a three-dimensional subspace S of an inner product space V . Define $\|\mathbf{v}\| = \sqrt{\langle \mathbf{v}, \mathbf{v} \rangle}$. Suppose E is an orthogonal set with $\|\mathbf{v}_1\| = \sqrt{2}$, $\|\mathbf{v}_2\| = \sqrt{3}$, $\|\mathbf{v}_3\| = 1$. Let $\mathbf{x} = 5\mathbf{v}_1 + \mathbf{v}_2 - 3\mathbf{v}_3$ and $\mathbf{y} = \mathbf{v}_1 - 3\mathbf{v}_2 - 2\mathbf{v}_3$. Let \mathbf{p} be the orthogonal projection of \mathbf{x} onto \mathbf{y} , and suppose $\mathbf{p} = \alpha \mathbf{y}$, where α is a scalar. Which of the following statements are true?
 - (A) $\langle \mathbf{x}, \mathbf{y} \rangle = 7$
 - (B) $\langle \mathbf{x}, \mathbf{y} \rangle = 8$
 - (C) $\alpha = 7/33$
 - (D) $\alpha = 8/14$
 - (E) $\|\mathbf{x}\| = 62$

國立中山大學 110 學年度碩士暨碩士專班招生考試試題

科目名稱：工程數學甲【電機系碩士班電波聯合碩士班選考、電機系碩士班甲組、通訊所碩士班乙組選考、電機系碩士班戊組選考、己組、庚組】題號：431002

※本科目依簡章規定「可以」使用計算機（廠牌、功能不拘）（混合題）

共 4 頁第 2 頁

6. Let $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{5 \times 3}$ and $\text{nullity}(\mathbf{A})$ denote the dimension of $N(\mathbf{A})$. Suppose $\text{nullity}(\mathbf{A}) = 2$. Which of the following statements are true?
 (A) $\text{rank}(\mathbf{A}^T) = 3$
 (B) $\text{nullity}(\mathbf{A}^T) = 4$
 (C) Let $\mathbf{A} = [\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3]$, where $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3$ are column vectors of \mathbf{A} . Then \mathbf{a}_1 and \mathbf{a}_2 are linearly dependent.
 (D) The linear equation $\mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{0}$ has infinitely many solutions.
 (E) The linear equation $\mathbf{A}^T\mathbf{y} = \mathbf{d}$ cannot have a unique solution for any $\mathbf{d} \in \mathbb{R}^3$.

7. Suppose that function f has period of 7, the Laplace transform of f is denoted by $\mathcal{L}[f](s)$, and

$$f(t) = \begin{cases} 5 & \text{for } 0 < t \leq 3 \\ 0 & \text{for } 3 < t \leq 7 \end{cases} \quad \mathcal{L}[f](s) = \frac{k_1(1-e^{k_2s})}{s(1-e^{k_3s})}$$

Which of the following statements are true?

- (A) $k_1 + k_2 = 2$ (B) $k_1 - k_2 = 3$ (C) $k_1 + k_3 = 12$ (D) $k_2 + k_3 = -10$ (E) $k_2 - k_3 = 5$

8. Suppose that $f(t) = te^{-2t} \cos(3t)$, the Laplace transform of f is denoted by $\mathcal{L}[f](s)$, and

$$\mathcal{L}[f](s) = \frac{(s+k_1)^2+k_2}{((s+k_3)^2+k_4)^2}$$

Which of the following statements are true?

- (A) $k_1 = 1$ (B) $k_2 = 9$ (C) $k_3 = 3$ (D) $k_4 = 9$ (E) $k_1 + k_2 + k_3 + k_4 = 4$

9. Suppose that $f(t)$ satisfies the integral equation:

$$f(t) = -1 + \int_0^t f(t-\tau)e^{-3\tau}d\tau.$$

Solving the integral equation, we obtain $f(t) = k_1e^{k_2t} + k_3$. Which of the following statements are true?

- (A) $k_1 + k_3 = -1$ (B) $k_2 + k_3 = 1$ (C) $k_1 - k_3 = 2$ (D) $k_2 - k_3 = 3$ (E) $k_2 = -2$

10. Suppose the Fourier transform of f is defined by $\mathcal{F}[f](\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-j\omega t}dt$, and

$$f(t) = 5(H(t-3) - H(t-11)), \quad \mathcal{F}[f](\omega) = \frac{k_1}{\omega} e^{k_2j\omega} \sin(k_3\omega),$$

where $H(t)$ is the Heaviside function (unit step function). Which of the following statements are true?

- (A) $k_1 = 11$ (B) $k_2 = -7$ (C) $k_3 = 3$ (D) $k_1 + k_2 = -5$ (E) $k_2 + k_3 = 5$

國立中山大學 110 學年度碩士暨碩士專班招生考試試題

科目名稱：工程數學甲【電機系碩士班電波聯合碩士班選考、電機系碩士班甲組、通訊所碩士班乙組選考、電機系碩士班戊組選考、己組、庚組】題號：431002

※本科目依簡章規定「可以」使用計算機（廠牌、功能不拘）（混合題）

共 4 頁第 3 頁

下面 11-15 題為單選題，每題 2 分，總分 10 分。答錯或未作答者該題以 0 分計。

以下第 11 題到 15 題，考慮非線性微分方程式： $\ddot{x} - \mu(1 - x^2)\dot{x} + \sin(x) = 0$ 。

11. 令 $(y_1, y_2) = (x, \dot{x})$ 。方程式的平衡點發生在

- (A) $(y_1, y_2) = (0, 0)$ (B) $(y_1, y_2) = (\pi, 0)$ (C) 以上皆是。

12. 若 $\mu > 0$ ，則初值在平衡點 $(y_1, y_2) = (0, 0)$ 附近的解會隨時間增加而

- (A) 收斂到 $(0, 0)$ (B) 遠離 $(0, 0)$ (C) 不一定，跟初值有關。

13. 若 $\mu < 0$ ，則初值在平衡點 $(y_1, y_2) = (0, 0)$ 附近的解會隨時間增加而

- (A) 收斂到 $(0, 0)$ (B) 遠離 $(0, 0)$ (C) 不一定，跟初值有關。

14. 考慮對 $(y_1, y_2) = (\pi, 0)$ 作線性化之線性方程式。此時，若 $\mu < 0$ ，則該線性方程式之非零初值解會隨時間增加而

- (A) 收斂到 $(0, 0)$ (B) 遠離 $(0, 0)$ (C) 不一定，跟初值有關。

15. 考慮上題所述之線性方程式。此時，若 $\mu > 0$ ，則該線性方程式之非零初值解會隨時間增加而

- (A) 收斂到 $(0, 0)$ (B) 遠離 $(0, 0)$ (C) 不一定，跟初值有關。

下面 16-20 題為單選題，每題 1 分，總分 5 分。答錯或未作答者該題以 0 分計。

16. 考慮複函數 $f(z) = \cos z$ 。

- (A) $|f(z)|$ 隨 z 的虛部增大而發散 (B) $|f(z)|$ 隨 z 的實部增大而發散 (C) $|f(z)| = 1, \forall z$ 。

17. 考慮複函數 $f(z) = \sin\left(\frac{1}{z}\right)$ 。

- (A) 原點是 $f(z)$ 的唯一一個極點 (pole)。
(B) $f(z)$ 在原點之外的所有複平面上皆為解析 (analytic)。
(C) 以上皆對。

18. 考慮平面場函數 $F(x, y) = (y^2 + 5)\mathbf{i} + (2xy - 8)\mathbf{j}$ ， \mathbf{i} 與 \mathbf{j} 分別為 x 軸與 y 軸的單位向量。令 C_1 為從原點沿 x 軸走到 $(x, y) = (1, 0)$ 之路徑。 C_2 為從原點沿 $x = y$ 直線走到 $(x, y) = (1, 1)$ ，再沿 $x = 1$ 直線走到 $(x, y) = (1, 0)$ 之路徑。

- (A) F 沿 C_1 之路徑積分之值為 5 (B) F 沿 C_2 之路徑積分之值為 5 (C) 以上皆對。

19. 考慮 18 題中的平面場函數 $F(x, y)$ 。

- (A) F 沿任意封閉路徑之路徑積分值為 0。
(B) F 只有沿以原點為圓心之圓形路徑的路徑積分值才會為 0。
(C) F 沿任意封閉路徑之路徑積分值皆不為 0。

20. 考慮 18 題中的平面場函數 $F(x, y)$ 。

- (A) F 不是保守場 (B) F 是保守場，對應的位能函數為 $\varphi(x, y) = xy^2 + 5x - 8y$ (C) 以上皆非

國立中山大學 110 學年度碩士暨碩士專班招生考試試題

科目名稱：工程數學甲【電機系碩士班電波聯合碩士班選考、電機系碩士班甲組、通訊所碩士班乙組選考、電機系碩士班戊組選考、己組、庚組】題號：431002

※本科目依簡章規定「可以」使用計算機（廠牌、功能不拘）（混合題）

共 4 頁第 4 頁

以下第 21 題到第 22 題需要詳明推導計算過程。如推導計算過程錯誤，將酌扣分數或不給分。

21. (共 20 分) 令 $Y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix}$, $A = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ 。考慮微分方程式： $\dot{Y} = AY + Bu$ 。

(a). (10 分) 令 $u \equiv 0$, $Y(0) = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$, $\dot{Y}(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$, 請找出微分方程式之解。

(b). (5 分) 請問 (a) 小題的解是否滿足 $\lim_{t \rightarrow \infty} Y(t) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$?

(c). (5 分) 令 $Y(0) = \dot{Y}(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$, u 為單位步階函數；i.e., $u(t) = \begin{cases} 1 & t \geq 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases}$ 。請問此時微分方程式的解是否滿足 $\lim_{t \rightarrow \infty} Y(t) = -A^{-1}B$ 。

22. (共 15 分) 求出下面複平面上之路徑積分值。以下 z 為複數， i 代表 $\sqrt{-1}$ 。

(a). (5 分) $\int_C \frac{z^2 + 1}{z^2 + 2z + 5} dz$, 其中 C 為沿著頂點為 ± 2 與 $\pm 2i$ 之正方形四邊正向旋轉一周之封閉路徑。

(b). (10 分) $\int_C z^2 e^{1/z} dz$, 其中 C 為沿著 $\{z : |z| = 3\}$ 正向旋轉一周之封閉路徑。

國立中山大學 110 學年度 碩士暨碩士專班招生考試試題

科目名稱：電子學【電波聯合碩士班選考、通訊所碩士班乙組選考、電機系碩士班戊組選考】

— 作答注意事項 —

考試時間：100 分鐘

- 考試開始鈴響前不得翻閱試題，並不得書寫、劃記、作答。請先檢查答案卷（卡）之應考證號碼、桌角號碼、應試科目是否正確，如有不同立即請監試人員處理。
- 答案卷限用藍、黑色筆(含鉛筆)書寫、繪圖或標示，可攜帶橡皮擦、無色透明無文字墊板、尺規、修正液（帶）、手錶(未附計算器者)。每人每節限使用一份答案卷，不得另攜帶紙張，請衡酌作答。
- 答案卡請以 2B 鉛筆劃記，不可使用修正液（帶）塗改，未使用 2B 鉛筆、劃記太輕或污損致光學閱讀機無法辨識答案者，其後果由考生自行負擔。
- 答案卷（卡）應保持清潔完整，不得折疊、破壞或塗改應考證號碼及條碼，亦不得書寫考生姓名、應考證號碼或與答案無關之任何文字或符號。
- 可否使用計算機請依試題資訊內標註為準，如「可以」使用，廠牌、功能不拘，唯不得攜帶具有通訊、記憶或收發等功能或其他有礙試場安寧、考試公平之各類器材、物品（如鬧鈴、行動電話、電子字典等）入場。
- 試題及答案卷（卡）請務必繳回，未繳回者該科成績以零分計算。
- 試題採雙面列印，考生應注意試題頁數確實作答。
- 違規者依本校招生考試試場規則及違規處理辦法處理。

國立中山大學 110 學年度碩士暨碩士專班招生考試試題

科目名稱：電子學【電波聯合碩士班選考、通訊所碩士班乙組選考、電機系碩士班戊組選考】題號：482003

※本科目依簡章規定「可以」使用計算機（廠牌、功能不拘）（問答申論題） 共 2 頁第 1 頁

1. (15%) A second-order filter has its poles at $s = -(1/4) \pm j(\sqrt{15}/4)$. The transmission is zero at $\omega = 3$ rad/s and is unity at dc ($\omega = 0$). Find the transfer function. (15%*1)
2. (20%) In the circuit of Fig. 1, the NMOS transistor has $|V_t| = 0.9$ V, and $V_A = 50$ V, and operates with $V_D = V_{GS} = 2$ V. (a) What is the voltage gain v_o/v_i ? (10%) (b) What do V_D and (c) the gain become for I increased to 1 mA? (5%*2)

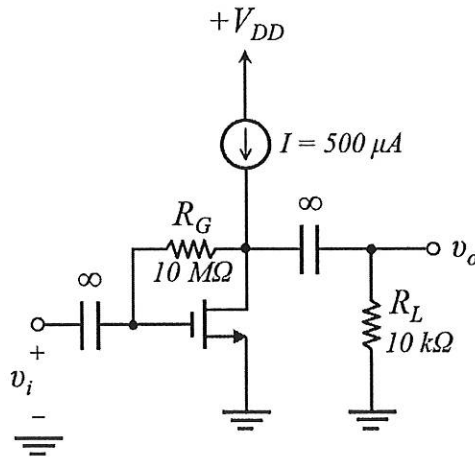


Fig. 1

3. (30%) For the common-base circuit in Fig. 2, assuming the bias current to be about 1 mA, $\beta = 100$, $C_\mu = 0.8$ pF, $r_e = 25$ Ω , and $f_T = 500$ MHz:
 - (a) Estimate the midband gain V_o/V_s .
 - (b) Use the short-circuit time-constants method to estimate the lower 3-dB frequency, f_L . (Hint: In determining the resistance seen by C_1 , the effect of the 47-k Ω resistor must be taken into account.)
 - (c) Find the high-frequency poles, and estimate the upper 3-dB frequency, f_H . (10%*3)

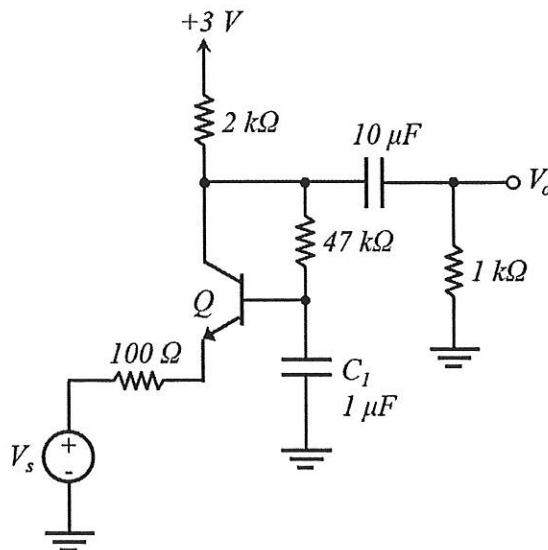


Fig. 2

國立中山大學 110 學年度碩士暨碩士專班招生考試試題

科目名稱：電子學【電波聯合碩士班選考、通訊所碩士班乙組選考、電機系碩士班戊組選考】題號：482003

※本科目依簡章規定「可以」使用計算機（廠牌、功能不拘）（問答申論題） 共 2 頁第 2 頁

4. (35%) The amplifier of Fig. 3 consists of two identical common-emitter amplifiers connected in cascade. Observe that the input resistance of the second stage, R_{in2} , constitutes the load resistance of the first stage.
- For $V_{CC} = 15\text{ V}$, $V_T = 0.025\text{ V}$, $R_1 = 100\text{ k}\Omega$, $R_2 = 47\text{ k}\Omega$, $R_E = 3.9\text{ k}\Omega$, $R_C = 6.8\text{ k}\Omega$, and $\beta = 100$, determine the dc collector current of each transistor. (5%)
 - Draw the small-signal equivalent circuit of the entire amplifier and give the values of all its components. Neglect r_{o1} and r_{o2} . (10%)
 - Find R_{in1} and v_{b1}/v_s for $R_s = 5\text{ k}\Omega$.
 - Find R_{in2} and v_{b2}/v_{b1} .
 - For $R_L = 2\text{ k}\Omega$, find v_o/v_{b2} .
 - Find the overall voltage gain v_o/v_s . (5%*4)

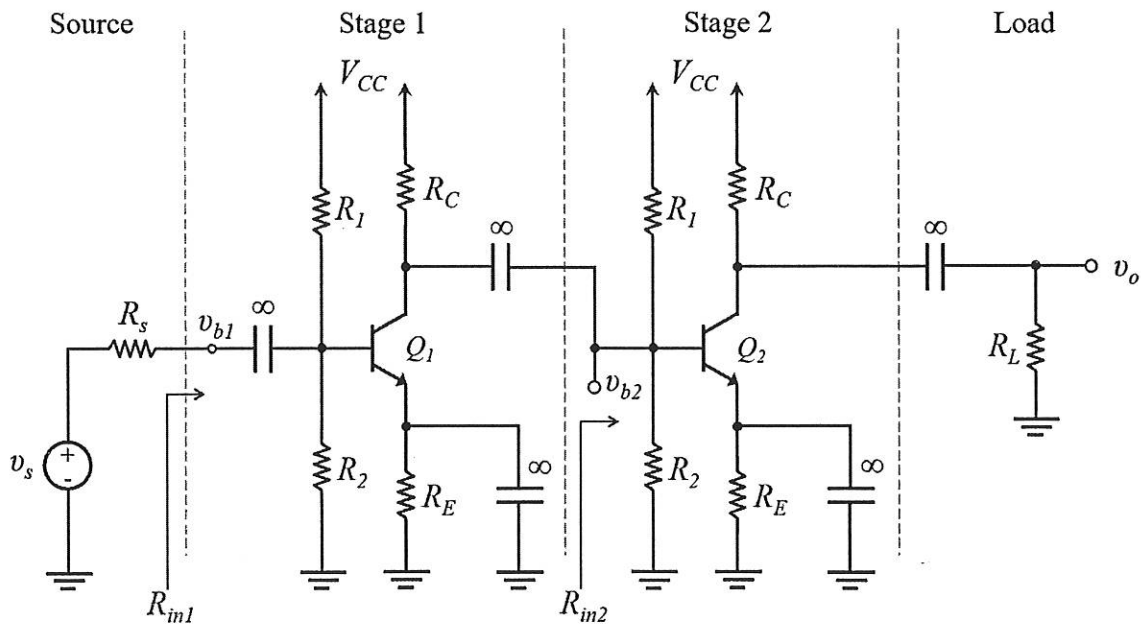


Fig. 3

國立中山大學 110 學年度 碩士暨碩士專班招生考試試題

科目名稱：工程數學甲【電機系碩士班電波聯合碩士班選考、電機系碩士班甲組、通訊所碩士班乙組選考、電機系碩士班戊組選考、己組、庚組】

—作答注意事項—

考試時間：100 分鐘

- 考試開始鈴響前不得翻閱試題，並不得書寫、劃記、作答。請先檢查答案卷（卡）之應考證號碼、桌角號碼、應試科目是否正確，如有不同立即請監試人員處理。
- 答案卷限用藍、黑色筆(含鉛筆)書寫、繪圖或標示，可攜帶橡皮擦、無色透明無文字墊板、尺規、修正液（帶）、手錶(未附計算器者)。每人每節限使用一份答案卷，不得另攜帶紙張，請衡酌作答。
- 答案卡請以 2B 鉛筆劃記，不可使用修正液（帶）塗改，未使用 2B 鉛筆、劃記太輕或污損致光學閱讀機無法辨識答案者，其後果由考生自行負擔。
- 答案卷（卡）應保持清潔完整，不得折疊、破壞或塗改應考證號碼及條碼，亦不得書寫考生姓名、應考證號碼或與答案無關之任何文字或符號。
- 可否使用計算機請依試題資訊內標註為準，如「可以」使用，廠牌、功能不拘，唯不得攜帶具有通訊、記憶或收發等功能或其他有礙試場安寧、考試公平之各類器材、物品（如鬧鈴、行動電話、電子字典等）入場。
- 試題及答案卷（卡）請務必繳回，未繳回者該科成績以零分計算。
- 試題採雙面列印，考生應注意試題頁數確實作答。
- 違規者依本校招生考試試場規則及違規處理辦法處理。

國立中山大學 110 學年度碩士暨碩士專班招生考試試題

科目名稱：工程數學甲【電機系碩士班電波聯合碩士班選考、電機系碩士班甲組、通訊所碩士班乙組選考、電機系碩士班戊組選考、己組、庚組】題號：431002

※本科目依簡章規定「可以」使用計算機（廠牌、功能不拘）（混合題）

共 4 頁第 1 頁

下面 1-10 題為複選題，每題 5 分，總分 50 分。每題有 5 個選項，僅答錯 1 個選項者，得 3 分；答錯 2 個選項者，得 1 分；答錯多於 2 個選項或未作答者，該題以零分計算。

1. Let \mathbf{x} and \mathbf{y} be nonzero vectors in \mathbb{R}^n , $n \geq 2$. Suppose \mathbf{x} and \mathbf{y} are not orthogonal, i.e. $\mathbf{x}^T \mathbf{y} \neq 0$. Let $\mathbf{A} = \mathbf{x} \mathbf{y}^T$. Which of the following statements are true?
 - (A) 0 is an eigenvalue of \mathbf{A} .
 - (B) $\mathbf{x}^T \mathbf{y}$ is an eigenvalue of \mathbf{A} .
 - (C) \mathbf{x} is an eigenvector of \mathbf{A} .
 - (D) The number of linearly independent eigenvectors associated with eigenvalue 0 is $n - 1$.
 - (E) \mathbf{A} is diagonalizable.

2. Let \mathbf{A} and \mathbf{B} be square matrices and α be a real number. Which of the following statements are true?
 - (A) $\det(\mathbf{A}^2) = \det(\mathbf{A}^T \mathbf{A})$
 - (B) $\det(\mathbf{B}^T \mathbf{A}) = \det(\mathbf{A}^T \mathbf{B}^T)$
 - (C) $\det(\alpha \mathbf{A}) = \alpha \cdot \det(\mathbf{A})$
 - (D) $\det(\mathbf{A} + \mathbf{B}) = \det(\mathbf{A}) + \det(\mathbf{B})$
 - (E) Swapping two rows of \mathbf{A} will not change its determinant.

3. Consider the linear function $L: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$. Suppose $L(\mathbf{x}_i) = \mathbf{y}_i$ for $i = 1, 2, 3, 4$, where

$$\mathbf{x}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}, \mathbf{x}_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}, \mathbf{x}_3 = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}, \mathbf{x}_4 = \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \\ 2 \end{bmatrix}, \mathbf{y}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \mathbf{y}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}, \mathbf{y}_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}.$$
 Suppose $L(\mathbf{x}_4) = [c_1, c_2, c_3]^T$. Which of the following statements are true?
 - (A) $c_1 = 1$ (B) $c_1 = 2$ (C) $c_2 = 2$ (D) $c_2 = 3$ (E) $c_3 = -3$

4. Let $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{m \times n}$, $R(\mathbf{A})$ denote the column space of \mathbf{A} , and $N(\mathbf{A})$ denote the null space of \mathbf{A} . Which of the following statements are true?
 - (A) There exists a nonzero vector $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^m$ such that $\mathbf{A}^T \mathbf{y} = \mathbf{0}$ and $\mathbf{y} = \mathbf{A} \mathbf{x}$ for some $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$.
 - (B) For every $\mathbf{y} \in R(\mathbf{A})$, we can always find some $\mathbf{x} \in R(\mathbf{A}^T)$ such that $\mathbf{y} = \mathbf{A} \mathbf{x}$.
 - (C) Let \mathbf{p} be the orthogonal projection of $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^m$ onto $R(\mathbf{A})$. Then, $\mathbf{y} - \mathbf{p} \in N(\mathbf{A}^T)$.
 - (D) Let \mathbf{y} be a vector in \mathbb{R}^m . If $\mathbf{y} \notin R(\mathbf{A})$, then $\mathbf{y} \in N(\mathbf{A}^T)$.
 - (E) The intersection of $R(\mathbf{A})$ and $N(\mathbf{A}^T)$ is the empty set.

5. Let $E = \{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3\}$ be a basis for a three-dimensional subspace S of an inner product space V . Define $\|\mathbf{v}\| = \sqrt{\langle \mathbf{v}, \mathbf{v} \rangle}$. Suppose E is an orthogonal set with $\|\mathbf{v}_1\| = \sqrt{2}$, $\|\mathbf{v}_2\| = \sqrt{3}$, $\|\mathbf{v}_3\| = 1$. Let $\mathbf{x} = 5\mathbf{v}_1 + 1\mathbf{v}_2 - 3\mathbf{v}_3$ and $\mathbf{y} = 1\mathbf{v}_1 - 3\mathbf{v}_2 - 2\mathbf{v}_3$. Let \mathbf{p} be the orthogonal projection of \mathbf{x} onto \mathbf{y} , and suppose $\mathbf{p} = \alpha \mathbf{y}$, where α is a scalar. Which of the following statements are true?
 - (A) $\langle \mathbf{x}, \mathbf{y} \rangle = 7$
 - (B) $\langle \mathbf{x}, \mathbf{y} \rangle = 8$
 - (C) $\alpha = 7/33$
 - (D) $\alpha = 8/14$
 - (E) $\|\mathbf{x}\| = 62$

國立中山大學 110 學年度碩士暨碩士專班招生考試試題

科目名稱：工程數學甲【電機系碩士班電波聯合碩士班選考、電機系碩士班甲組、通訊所碩士班乙組選考、電機系碩士班戊組選考、己組、庚組】題號：431002

※本科目依簡章規定「可以」使用計算機（廠牌、功能不拘）（混合題）

共 4 頁第 2 頁

6. Let $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{5 \times 3}$ and $\text{nullity}(\mathbf{A})$ denote the dimension of $N(\mathbf{A})$. Suppose $\text{nullity}(\mathbf{A}) = 2$. Which of the following statements are true?

(A) $\text{rank}(\mathbf{A}^T) = 3$

(B) $\text{nullity}(\mathbf{A}^T) = 4$

(C) Let $\mathbf{A} = [\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3]$, where $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3$ are column vectors of \mathbf{A} .

Then \mathbf{a}_1 and \mathbf{a}_2 are linearly dependent.

(D) The linear equation $\mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{0}$ has infinitely many solutions.

(E) The linear equation $\mathbf{A}^T\mathbf{y} = \mathbf{d}$ cannot have a unique solution for any $\mathbf{d} \in \mathbb{R}^3$.

7. Suppose that function f has period of 7, the Laplace transform of f is denoted by $\mathcal{L}[f](s)$, and

$$f(t) = \begin{cases} 5 & \text{for } 0 < t \leq 3 \\ 0 & \text{for } 3 < t \leq 7 \end{cases} \quad \mathcal{L}[f](s) = \frac{k_1(1-e^{k_2s})}{s(1-e^{k_3s})}$$

Which of the following statements are true?

(A) $k_1 + k_2 = 2$ (B) $k_1 - k_2 = 3$ (C) $k_1 + k_3 = 12$ (D) $k_2 + k_3 = -10$ (E) $k_2 - k_3 = 5$

8. Suppose that $f(t) = te^{-2t} \cos(3t)$, the Laplace transform of f is denoted by $\mathcal{L}[f](s)$, and

$$\mathcal{L}[f](s) = \frac{(s+k_1)^2+k_2}{((s+k_3)^2+k_4)^2}$$

Which of the following statements are true?

(A) $k_1 = 1$ (B) $k_2 = 9$ (C) $k_3 = 3$ (D) $k_4 = 9$ (E) $k_1 + k_2 + k_3 + k_4 = 4$

9. Suppose that $f(t)$ satisfies the integral equation:

$$f(t) = -1 + \int_0^t f(t-\tau)e^{-3\tau}d\tau.$$

Solving the integral equation, we obtain $f(t) = k_1e^{k_2t} + k_3$. Which of the following statements are true?

(A) $k_1 + k_3 = -1$ (B) $k_2 + k_3 = 1$ (C) $k_1 - k_3 = 2$ (D) $k_2 - k_3 = 3$ (E) $k_2 = -2$

10. Suppose the Fourier transform of f is defined by $\mathcal{F}[f](\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-j\omega t}dt$, and

$$f(t) = 5(H(t-3) - H(t-11)), \quad \mathcal{F}[f](\omega) = \frac{k_1}{\omega} e^{k_2j\omega} \sin(k_3\omega),$$

where $H(t)$ is the Heaviside function (unit step function). Which of the following statements are true?

(A) $k_1 = 11$ (B) $k_2 = -7$ (C) $k_3 = 3$ (D) $k_1 + k_2 = -5$ (E) $k_2 + k_3 = 5$

國立中山大學 110 學年度碩士暨碩士專班招生考試試題

科目名稱：工程數學甲【電機系碩士班電波聯合碩士班選考、電機系碩士班甲組、通訊所碩士班乙組選考、電機系碩士班戊組選考、己組、庚組】題號：431002

※本科目依簡章規定「可以」使用計算機（廠牌、功能不拘）（混合題）

共 4 頁第 3 頁

下面 11-15 題為單選題，每題 2 分，總分 10 分。答錯或未作答者該題以 0 分計。

以下第 11 題到 15 題，考慮非線性微分方程式： $\ddot{x} - \mu(1 - x^2)\dot{x} + \sin(x) = 0$ 。

11. 令 $(y_1, y_2) = (x, \dot{x})$ 。方程式的平衡點發生在

(A) $(y_1, y_2) = (0, 0)$ (B) $(y_1, y_2) = (\pi, 0)$ (C) 以上皆是。

12. 若 $\mu > 0$ ，則初值在平衡點 $(y_1, y_2) = (0, 0)$ 附近的解會隨時間增加而

(A) 收斂到 $(0, 0)$ (B) 遠離 $(0, 0)$ (C) 不一定，跟初值有關。

13. 若 $\mu < 0$ ，則初值在平衡點 $(y_1, y_2) = (0, 0)$ 附近的解會隨時間增加而

(A) 收斂到 $(0, 0)$ (B) 遠離 $(0, 0)$ (C) 不一定，跟初值有關。

14. 考慮對 $(y_1, y_2) = (\pi, 0)$ 作線性化之線性方程式。此時，若 $\mu < 0$ ，則該線性方程式之非零初值解會隨時間增加而

(A) 收斂到 $(0, 0)$ (B) 遠離 $(0, 0)$ (C) 不一定，跟初值有關。

15. 考慮上題所述之線性方程式。此時，若 $\mu > 0$ ，則該線性方程式之非零初值解會隨時間增加而

(A) 收斂到 $(0, 0)$ (B) 遠離 $(0, 0)$ (C) 不一定，跟初值有關。

下面 16-20 題為單選題，每題 1 分，總分 5 分。答錯或未作答者該題以 0 分計。

16. 考慮複函數 $f(z) = \cos z$ 。

(A) $|f(z)|$ 隨 z 的虛部增大而發散 (B) $|f(z)|$ 隨 z 的實部增大而發散 (C) $|f(z)| = 1, \forall z$ 。

17. 考慮複函數 $f(z) = \sin\left(\frac{1}{z}\right)$ 。

(A) 原點是 $f(z)$ 的唯一一個極點 (pole)。

(B) $f(z)$ 在原點之外的所有複平面上皆為解析 (analytic)。

(C) 以上皆對。

18. 考慮平面場函數 $F(x, y) = (y^2 + 5)\mathbf{i} + (2xy - 8)\mathbf{j}$ ， \mathbf{i} 與 \mathbf{j} 分別為 x 軸與 y 軸的單位向量。令 C_1 為從原點沿 x 軸走到 $(x, y) = (1, 0)$ 之路徑。 C_2 為從原點沿 $x = y$ 直線走到 $(x, y) = (1, 1)$ ，再沿 $x = 1$ 直線走到 $(x, y) = (1, 0)$ 之路徑。

(A) F 沿 C_1 之路徑積分之值為 5 (B) F 沿 C_2 之路徑積分之值為 5 (C) 以上皆對。

19. 考慮 18 題中的平面場函數 $F(x, y)$ 。

(A) F 沿任意封閉路徑之路徑積分值為 0。

(B) F 只有沿以原點為圓心之圓形路徑的路徑積分值才會為 0。

(C) F 沿任意封閉路徑之路徑積分值皆不為 0。

20. 考慮 18 題中的平面場函數 $F(x, y)$ 。

(A) F 不是保守場 (B) F 是保守場，對應的位能函數為 $\varphi(x, y) = xy^2 + 5x - 8y$ (C) 以上皆非

國立中山大學 110 學年度碩士暨碩士專班招生考試試題

科目名稱：工程數學甲【電機系碩士班電波聯合碩士班選考、電機系碩士班甲組、通訊所碩士班乙組選考、電機系碩士班戊組選考、己組、庚組】題號：431002

※本科目依簡章規定「可以」使用計算機（廠牌、功能不拘）（混合題）

共 4 頁第 4 頁

以下第 21 題到第 22 題需要詳明推導計算過程。如推導計算過程錯誤，將酌扣分數或不給分。

21. (共 20 分) 令 $Y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix}$, $A = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ 。考慮微分方程式： $\dot{Y} = AY + Bu$ 。

(a). (10 分) 令 $u \equiv 0$, $Y(0) = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$, $\dot{Y}(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$, 請找出微分方程式之解。

(b). (5 分) 請問 (a) 小題的解是否滿足 $\lim_{t \rightarrow \infty} Y(t) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$?

(c). (5 分) 令 $Y(0) = \dot{Y}(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$, u 為單位步階函數；i.e., $u(t) = \begin{cases} 1 & t \geq 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases}$ 。請問此時微分方程式的解是否滿足 $\lim_{t \rightarrow \infty} Y(t) = -A^{-1}B$ 。

22. (共 15 分) 求出下面複平面上之路徑積分值。以下 z 為複數， i 代表 $\sqrt{-1}$ 。

(a). (5 分) $\int_C \frac{z^2 + 1}{z^2 + 2z + 5} dz$, 其中 C 為沿著頂點為 ± 2 與 $\pm 2i$ 之正方形四邊正向旋轉一周之封閉路徑。

(b). (10 分) $\int_C z^2 e^{1/z} dz$, 其中 C 為沿著 $\{z : |z| = 3\}$ 正向旋轉一周之封閉路徑。