國立中山大學110學年度
碩士暨碩士專班招生考試試題

科目名稱：電磁學【電波聯合碩士班、通訊所碩士班乙組、電機系碩士班戊組】

—作答注意事項—

考試時間：100分鐘

- **考試開始鈴響前不得翻閱試題，並不得書寫、劃記、作答。**請先檢查答案卷（卡）之應考證號碼、桌角號碼、應試科目是否正確，如有不同立即請監試人員處理。
- **答案卷限用藍、黑色筆(含鉛筆)書寫、繪圖或標示**，可攜帶橡皮擦、無色透明無文字墊板、尺規、修正液（帶）、手錶(未附計算器者)。每人每節限使用一份答案卷，不得另攜帶紙張，請衡酌作答。
- 答案卡請以2B鉛筆劃記，不可使用修正液（帶）塗改，未使用2B鉛筆、劃記太輕或污損致光學閱讀機無法辨識答案者，其後果由考生自行負擔。
- 答案卷（卡）應保持清潔完整，不得折疊、破壞或塗改應考證號碼及條碼，亦不得書寫考生姓名、應考證號碼或與答案無關之任何文字或符號。
- 可否使用計算機請依試題資訊內標註為準，如「可以」使用，廠牌、功能不拘，唯不得攜帶具有通訊、記憶或收發等功能或其他有礙試場安寧、考試公平之各類器材、物品（如鬧鈴、行動電話、電子字典等）入場。
- **試題及答案卷（卡）請務必繳回，未繳回者該科成績以零分計算。**
- **試題採雙面列印，考生應注意試題頁數確實作答。**
- **違規者依本校招生考試試場規則及違規處理辦法處理。**

國立中山大學110學年度碩士暨碩士專班招生考試試題

科目名稱：電磁學【電波聯合碩士班、通訊所碩士班乙組、電機系碩士班戊組】題號：482004
※本科目依簡章規定「可以」使用計算機（廠牌、功能不拘）（問答申論題） 共2頁第1頁

1. (4%) (a) At any point (x_0, y_0, z_0) in the domain of a scalar function $V(x, y, z)$, we take a path a_ℓ along $V = c_i$, where c_i is a constant, or take a path a_n along ∇V. Tell me about the main characteristic (主要特徵) of these two paths a_ℓ and a_n, and also what is $a_\ell \cdot a_n$, the dot product of a_ℓ and a_n?
(4%) (b) () = $\nabla V \cdot (a_\ell) d\ell$, where V is a scalar function, $d\ell$ 為任意方向 a_ℓ 之小路徑。() 裏應填什麼？
(4%) (c) 利用 Divergence theorem for $\nabla \cdot$E 寫下 E 和 Q (真空中有一 charge Q)的關係，and
(4%) (d) 利用 Stokes' theorem for $\nabla \times$B 寫下 B 和 I (真空中有一 current I)的關係。
(4%) (e) 在運算 Divergence $\nabla \cdot$A 或 Curl $\nabla \times$ A 時 (A 為一向量場)，我們選擇的體積或面積在大小和形狀各有何限制？

2. (5%) Using the *Method of Image*, write down the potential distribution, $V(x, y, z)$, for a point P(x, y, z) in the space, Fig. 1, the dielectric constant of the space is ε_0. Q is a positive point charge of Q 庫侖 *Coul*.

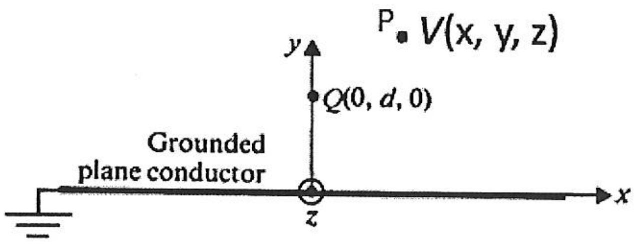

Fig. 1. A point charge Q distance d above the Ground.

3. 在 dielectric constant 為 ε_r (=1+X_e) 的 dielectric 內部之電場為 E (V/m)
(3%) (a) 請問 Polarization vector P 為何？在 relative permeability 為 μ_r (=1+X_m)的一 ferromagnetic material 外面線圈通電流，在其內部產生磁場為 H (A/m)，
(3%) (b) 請問 Magnetization vector M 為何？
(3%) (c) 銅的導電性很好，它的 permittivity ε 和 permeability μ 各為何？請簡單提供你的理由。

4. For a coaxial transmission line shown in Fig. 2, the capacitance per unit length is $C = \dfrac{2\pi\varepsilon_0}{ln\frac{b}{a}} \left[\dfrac{\mathrm{F}}{\mathrm{m}}\right]$, and the inductance per unit length is $\ell = \dfrac{\mu_0}{8\pi} + \dfrac{\mu_0}{2\pi}\ln\dfrac{b}{a} \left[\dfrac{\mathrm{H}}{\mathrm{m}}\right]$. At high frequencies, the internal inductance drops off (that is, approaching 0, and you should know which term is the internal inductance).
(4%) (a) Find the characteristic impedance of the coaxial line $Z_c = \sqrt{\dfrac{\ell}{c}}$ at high frequencies 請務必將 internal inductance 拿掉，並寫 Z_c 之單位 (即簡化$\sqrt{\mathrm{H/F}}$)。
(4%) (b) 請問在地(Ground, 即半徑 b 粗體部分) 之外的 magnetic flux density B 值為何？
The capacitance of a line charge of radius a over a ground 0, as shown in Left of Fig. 3 $C = \dfrac{2\pi\varepsilon_0}{ln\frac{2h}{a}} \left[\dfrac{\mathrm{F}}{\mathrm{m}}\right]$.

(4%) (c) Find the external inductance L for such a transmission system in air using a quasi-TEM property $L \cdot C = \varepsilon_0 \cdot \mu_0$.

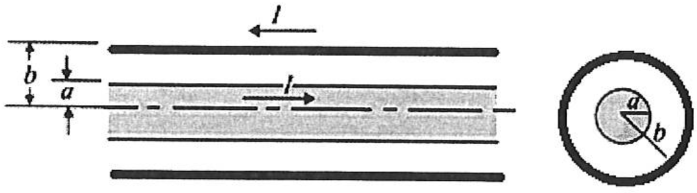

Fig. 2. Coaxial cable side and cross-sectional views, 粗體線代表地 Ground

(4%) (d) Using the result from a), along with the per unit length external inductance found in c), write down the internal & external inductance for the conductor system shown in the Right of Fig. 3.

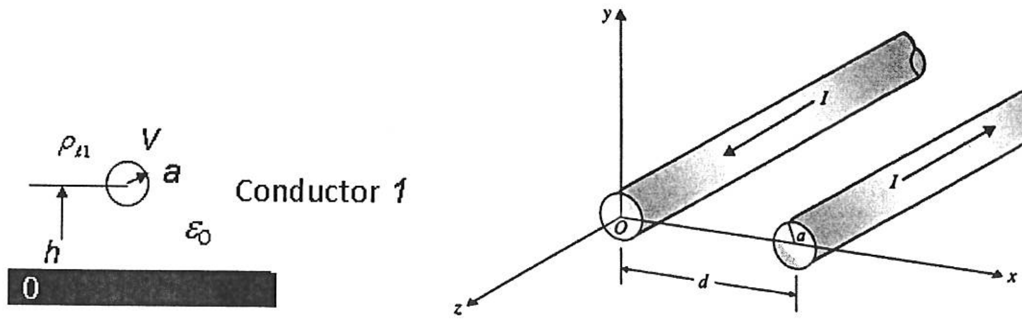

Fig. 3. A single conductor above a Ground (Left); A two-conductor system with currents flow in opposite direction (Right); the two conductors both with radius a and d distance apart.

5. (10%) A right-hand circularly polarized wave represented by the phasor $\boldsymbol{E}(z) = E_0(\boldsymbol{a}_x - j\boldsymbol{a}_y)e^{-j\beta z}$ is incident normally from air onto a perfect conductor at $z = 0$. Find the induced current on the conducting wall.

6. (15%) An air-filled $a \times b$ ($b < a < 2b$) rectangular waveguide is to be constructed to operate at 5.8 GHz in the dominant mode. We desire the operating frequency to be at least 25% higher than the cut-off frequency of the dominant mode and also at least 30% below the frequency of the next higher-order mode. Give a typical design for the dimensions a and b.

7. The open-circuited and short-circuited impedances measured at the input terminals of a lossless transmission line of length 1.5 (m), which is less than a quarter wavelength, are $-j54.6$ (Ω) and $j103$ (Ω), respectively.
(15%) (a) Determine Z_0, α, and β of the line.
(10%) (b) Determine R, L, G, and C of the line.

國立中山大學110學年度
碩士暨碩士專班招生考試試題

科目名稱：通訊理論【通訊所碩士班電波聯合碩士班選考、通訊所碩士班甲組、乙組選考、電機系碩士班戊組選考】

—作答注意事項—

考試時間：100分鐘

- **考試開始鈴響前不得翻閱試題，並不得書寫、劃記、作答。**請先檢查答案卷（卡）之應考證號碼、桌角號碼、應試科目是否正確，如有不同立即請監試人員處理。
- **答案卷限用藍、黑色筆(含鉛筆)書寫、繪圖或標示**，可攜帶橡皮擦、無色透明無文字墊板、尺規、修正液（帶）、手錶(未附計算器者)。每人每節限使用一份答案卷，不得另攜帶紙張，請衡酌作答。
- 答案卡請以2B鉛筆劃記，不可使用修正液（帶）塗改，未使用2B鉛筆、劃記太輕或污損致光學閱讀機無法辨識答案者，其後果由考生自行負擔。
- 答案卷（卡）應保持清潔完整，不得折疊、破壞或塗改應考證號碼及條碼，亦不得書寫考生姓名、應考證號碼或與答案無關之任何文字或符號。
- 可否使用計算機請依試題資訊內標註為準，如「可以」使用，廠牌、功能不拘，唯不得攜帶具有通訊、記憶或收發等功能或其他有礙試場安寧、考試公平之各類器材、物品（如鬧鈴、行動電話、電子字典等）入場。
- **試題及答案卷（卡）請務必繳回，未繳回者該科成績以零分計算。**
- **試題採雙面列印，考生應注意試題頁數確實作答。**
- **違規者依本校招生考試試場規則及違規處理辦法處理。**

科目名稱：通訊理論【通訊所碩士班電波聯合碩士班選考、通訊所碩士班甲組、乙組選考、電機系碩士班戊組選考】題號：437002

※本科目依簡章規定「可以」使用計算機（廠牌、功能不拘）（問答申論題）　　

1. (30%) Short answer questions.

(a). (10%) Explain the sampling theory.

(b). (10%) What is the Nyquist criterion?

(c). (5%) What is color noise?

(d). (5%) Explain why the matched filter is optimum in the additive white Gaussian noise (AWGN) channel.

2. (25%) Consider a signal $x(t)$ whose Fourier transform is expressed as

$$X(jw) = \delta(w) + \delta(w-\pi) + \delta(w-2),$$

and assume

$$h(t) = u(t) - u(t-2),$$

where $u(t)$ is the unit step function.

(a). (10%) Is $x(t)$ a periodic signal? Justify your answer.

(b). (5%) Compute the Fourier transform of $h(t)$.

(c). (10%) Is $x(t)*h(t)$ a periodic signal? Provide your reason.

3. (5%) Consider a signal $x(t) = u(t+T_0) - u(t-T_0)$, where $u(t)$ is the unit step function. Performing the impulse-train sampling on $x(t)$, we can have $x_p(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(nT)\delta(t-nT)$. What is the sampling period so that $x(t)$ can be perfectly reconstructed by $x_p(t)$?

4. (10%) Assume that we have a complex-value Gaussian random variable $Z = X + jY$, where X and Y are independent identically distributed random variables with zero mean and variance σ^2. Suppose $W = Ze^{j\phi}$ with a fixed value of ϕ. Show that W and Z have the same joint probability density function (PDF).

5. (10%) Assume that $p_1(t)$ and $p_2(t)$ are two orthogonal complex waveforms.

(a). (5%) Let $\phi_1(t) = p_1(t)e^{j2\pi f_c t}$ and $\phi_2(t) = p_2(t)e^{j2\pi f_c t}$. Prove that $\phi_1(t)$ and $\phi_2(t)$ are orthogonal for any f_c.

(b). (5%) Let $p_2(t) = p_1(t-T)$. Show that $\phi_2(t) = \phi_1(t-T)$ as f_c is an integer multiple of $1/T$.

6. (20%) Consider a simple communication system that contains a single antenna at the transmitter and M antennas at the receiver. The received signal at the mth antenna with a binary transmitted signal can thus be expressed as

$$y_m = uh_m + w_m,$$

where $u = \pm a$ is the transmitted signal, h_m is the gain of antenna m, and w_m is the associated AWGN with zero mean and variance σ^2. Herein, u, $w_1, \ldots, w_M$ are mutually independent. Collecting $y_1, \ldots, y_M$ into a vector, we have

$$\mathbf{y} = u\mathbf{h} + \mathbf{w},$$

where $\mathbf{y} = [y_1 \quad \cdots \quad y_M]^T$, $\mathbf{h} = [h_1 \quad \cdots \quad h_M]^T$ and $\mathbf{w} = [w_1 \quad \cdots \quad w_M]^T$.

(a). (5%) Combine all y_k's with the coefficients c_k, $k = 1, \ldots, M$. We have $Y = \sum_{m=1}^{M} c_m y_m = \mathbf{c}^T\mathbf{y}$. Decide the maximum likelihood detector for u given the observation Y.

(b). (5%) What is the error probability P_e of the detector in (a)?

Hint: You can use Q-function, where $Q(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^\infty \exp\left(-\frac{u^2}{2}\right) du$.

(c). (5%) Explain why changing $\alpha\mathbf{c}$ to $\mathbf{c}$ for some nonzero scalar does not change P_e.

(d). (5%) Compute $\mathbf{c}$ so that P_e is minimized.

國立中山大學 110 學年度
碩士暨碩士專班招生考試試題

科目名稱：工程數學甲【電機系碩士班電波聯合碩士班選考、電機系碩士班甲組、通訊所碩士班乙組選考、電機系碩士班戊組選考、己組、庚組】

—作答注意事項—

考試時間：100 分鐘

- **考試開始鈴響前不得翻閱試題，並不得書寫、劃記、作答。**請先檢查答案卷（卡）之應考證號碼、桌角號碼、應試科目是否正確，如有不同立即請監試人員處理。
- **答案卷限用藍、黑色筆(含鉛筆)書寫、繪圖或標示**，可攜帶橡皮擦、無色透明無文字墊板、尺規、修正液（帶）、手錶(未附計算器者)。每人每節限使用一份答案卷，不得另攜帶紙張，請衡酌作答。
- 答案卡請以 2B 鉛筆劃記，不可使用修正液（帶）塗改，未使用 2B 鉛筆、劃記太輕或污損致光學閱讀機無法辨識答案者，其後果由考生自行負擔。
- 答案卷（卡）應保持清潔完整，不得折疊、破壞或塗改應考證號碼及條碼，亦不得書寫考生姓名、應考證號碼或與答案無關之任何文字或符號。
- 可否使用計算機請依試題資訊內標註為準，如「可以」使用，廠牌、功能不拘，唯不得攜帶具有通訊、記憶或收發等功能或其他有礙試場安寧、考試公平之各類器材、物品（如鬧鈴、行動電話、電子字典等）入場。
- **試題及答案卷（卡）請務必繳回，未繳回者該科成績以零分計算。**
- **試題採雙面列印，考生應注意試題頁數確實作答。**
- **違規者依本校招生考試試場規則及違規處理辦法處理。**

國立中山大學110學年度碩士暨碩士專班招生考試試題

科目名稱：工程數學甲【電機系碩士班電波聯合碩士班選考、電機系碩士班甲組、通訊所碩士班乙組選考、電機系碩士班戊組選考、己組、庚組】題號：431002

※本科目依簡章規定「可以」使用計算機（廠牌、功能不拘）（混合題）　　共4頁第1頁

下面 **1-10** 題為複選題，每題 **5** 分，總分 **50** 分。每題有 **5** 個選項，僅答錯 **1** 個選項者，得 **3** 分；答錯 **2** 個選項者，得 **1** 分；答錯多於 **2** 個選項或未作答者，該題以零分計算。

1. Let $\mathbf{x}$ and $\mathbf{y}$ be nonzero vectors in $\mathbb{R}^n$, $n \geq 2$. Suppose $\mathbf{x}$ and $\mathbf{y}$ are not orthogonal, i.e. $\mathbf{x}^T\mathbf{y} \neq 0$. Let $\mathbf{A} = \mathbf{x}\mathbf{y}^T$. Which of the following statements are true?
   (A) 0 is an eigenvalue of $\mathbf{A}$.
   (B) $\mathbf{x}^T\mathbf{y}$ is an eigenvalue of $\mathbf{A}$.
   (C) $\mathbf{x}$ is an eigenvector of $\mathbf{A}$.
   (D) The number of linearly independent eigenvectors associated with eigenvalue 0 is $n-1$.
   (E) $\mathbf{A}$ is diagonalizable.

2. Let $\mathbf{A}$ and $\mathbf{B}$ be square matrices and α be a real number. Which of the following statements are true?
   (A) $\det(\mathbf{A}^2) = \det(\mathbf{A}^T\mathbf{A})$
   (B) $\det(\mathbf{B}^T\mathbf{A}) = \det(\mathbf{A}^T\mathbf{B}^T)$
   (C) $\det(\alpha\mathbf{A}) = \alpha \cdot \det(\mathbf{A})$
   (D) $\det(\mathbf{A}+\mathbf{B}) = \det(\mathbf{A}) + \det(\mathbf{B})$
   (E) Swapping two rows of $\mathbf{A}$ will not change its determinant.

3. Consider the linear function $L: \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$. Suppose $L(\mathbf{x}_\mathrm{i}) = \mathbf{y}_\mathrm{i}$ for $\mathrm{i} = 1,2,3,4$, where

$$\mathbf{x}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}, \mathbf{x}_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}, \mathbf{x}_3 = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}, \mathbf{x}_4 = \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \\ 2 \end{bmatrix}, \mathbf{y}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \mathbf{y}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}, \mathbf{y}_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}.$$

   Suppose $L(\mathbf{x}_4) = [c_1, c_2, c_3]^T$. Which of the following statements are true?
   (A) $c_1 = 1$ (B) $c_1 = 2$ (C) $c_2 = 2$ (D) $c_2 = 3$ (E) $c_3 = -3$

4. Let $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{m\times n}$, $\mathrm{R}(\mathbf{A})$ denote the column space of $\mathbf{A}$, and $\mathrm{N}(\mathbf{A})$ denote the null space of $\mathbf{A}$. Which of the following statements are true?
   (A) There exists a nonzero vector $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^m$ such that $\mathbf{A}^T\mathbf{y} = \mathbf{0}$ and $\mathbf{y} = \mathbf{A}\mathbf{x}$ for some $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$.
   (B) For every $\mathbf{y} \in \mathrm{R}(\mathbf{A})$, we can always find some $\mathbf{x} \in \mathrm{R}(\mathbf{A}^T)$ such that $\mathbf{y} = \mathbf{A}\mathbf{x}$.
   (C) Let $\mathbf{p}$ be the orthogonal projection of $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^\mathrm{m}$ onto $\mathrm{R}(\mathbf{A})$. Then, $\mathbf{y} - \mathbf{p} \in \mathrm{N}(\mathbf{A}^T)$.
   (D) Let $\mathbf{y}$ be a vector in $\mathbb{R}^m$. If $\mathbf{y} \notin \mathrm{R}(\mathbf{A})$, then $\mathrm{y} \in \mathrm{N}(\mathbf{A}^T)$.
   (E) The intersection of $\mathrm{R}(\mathbf{A})$ and $\mathrm{N}(\mathbf{A}^T)$ is the empty set.

5. Let $E = \{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3\}$ be a basis for a three-dimensional subspace S of an inner product space V. Define $\|\mathbf{v}\| = \sqrt{\langle \mathbf{v}, \mathbf{v} \rangle}$. Suppose E is an orthogonal set with $\|\mathbf{v}_1\| = \sqrt{2}$, $\|\mathbf{v}_2\| = \sqrt{3}$, $\|\mathbf{v}_3\| = 1$. Let $\mathbf{x} = 5\mathbf{v}_1 + 1\mathbf{v}_2 - 3\mathbf{v}_3$ and $\mathbf{y} = 1\mathbf{v}_1 - 3\mathbf{v}_2 - 2\mathbf{v}_3$. Let $\mathbf{p}$ be the orthogonal projection of $\mathbf{x}$ onto $\mathbf{y}$, and suppose $\mathbf{p} = \alpha\mathbf{y}$, where α is a scalar. Which of the following statements are true?
   (A) $\langle \mathbf{x}, \mathbf{y} \rangle = 7$
   (B) $\langle \mathbf{x}, \mathbf{y} \rangle = 8$
   (C) $\alpha = 7/33$
   (D) $\alpha = 8/14$
   (E) $\|\mathbf{x}\| = 62$

6. Let $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{5\times 3}$ and nullity($\mathbf{A}$) denote the dimension of N($\mathbf{A}$). Suppose nullity($\mathbf{A}$) = 2. Which of the following statements are true?
(A) $\text{rank}(\mathbf{A}^T) = 3$
(B) $\text{nullity}(\mathbf{A}^T) = 4$
(C) Let $\mathbf{A} = [\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3]$, where $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3$ are column vectors of $\mathbf{A}$. Then $\mathbf{a}_1$ and $\mathbf{a}_2$ are linearly dependent.
(D) The linear equation $\mathbf{Ax} = \mathbf{0}$ has infinitely many solutions.
(E) The linear equation $\mathbf{A}^T\mathbf{y} = \mathbf{d}$ cannot have a unique solution for any $\mathbf{d} \in \mathbb{R}^3$.

7. Suppose that function f has period of 7, the Laplace transform of f is denoted by $\mathcal{L}[f](s)$, and

$$f(t) = \begin{cases} 5 & \text{for } 0 < t \le 3 \\ 0 & \text{for } 3 < t \le 7 \end{cases}, \quad \mathcal{L}[f](s) = \frac{k_1(1-e^{k_2 s})}{s(1-e^{k_3 s})}$$

Which of the following statements are true?
(A) $k_1 + k_2 = 2$ (B) $k_1 - k_2 = 3$ (C) $k_1 + k_3 = 12$ (D) $k_2 + k_3 = -10$ (E) $k_2 - k_3 = 5$

8. Suppose that $f(t) = te^{-2t}\cos(3t)$, the Laplace transform of f is denoted by $\mathcal{L}[f](s)$, and

$$\mathcal{L}[f](s) = \frac{(s+k_1)^2 + k_2}{((s+k_3)^2 + k_4)^2}$$

Which of the following statements are true?
(A) $k_1 = 1$ (B) $k_2 = 9$ (C) $k_3 = 3$ (D) $k_4 = 9$ (E) $k_1 + k_2 + k_3 + k_4 = 4$

9. Suppose that $f(t)$ satisfies the integral equation:

$$f(t) = -1 + \int_0^t f(t-\tau)e^{-3\tau}d\tau.$$

Solving the integral equation, we obtain $f(t) = k_1 e^{k_2 t} + k_3$. Which of the following statements are true?
(A) $k_1 + k_3 = -1$ (B) $k_2 + k_3 = 1$ (C) $k_1 - k_3 = 2$ (D) $k_2 - k_3 = 3$ (E) $k_2 = -2$

10. Suppose the Fourier transform of f is defined by $\mathcal{F}[f](\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-j\omega t}dt$, and

$$f(t) = 5(H(t-3) - H(t-11)), \quad \mathcal{F}[f](\omega) = \frac{k_1}{\omega} e^{k_2 j\omega} \sin(k_3 \omega),$$

where $H(t)$ is the Heaviside function (unit step function). Which of the following statements are true?
(A) $k_1 = 11$ (B) $k_2 = -7$ (C) $k_3 = 3$ (D) $k_1 + k_2 = -5$ (E) $k_2 + k_3 = 5$

下面 11-15 題為單選題，每題 2 分，總分 10 分。答錯或未作答者該題以 0 分計。

以下第 11 題到 15 題，考慮非線性微分方程式：$\ddot{x} - \mu(1-x^2)\dot{x} + \sin(x) = 0$。

11. 令 $(y_1, y_2) = (x, \dot{x})$。方程式的平衡點發生在

(A) $(y_1, y_2) = (0, 0)$ (B) $(y_1, y_2) = (\pi, 0)$ (C) 以上皆是。

12. 若 $\mu > 0$，則初值在平衡點 $(y_1, y_2) = (0, 0)$ 附近的解會隨時間增加而

(A) 收斂到 $(0, 0)$ (B) 遠離 $(0, 0)$ (C) 不一定，跟初值有關。

13. 若 $\mu < 0$，則初值在平衡點 $(y_1, y_2) = (0, 0)$ 附近的解會隨時間增加而

(A) 收斂到 $(0, 0)$ (B) 遠離 $(0, 0)$ (C) 不一定，跟初值有關。

14. 考慮對 $(y_1, y_2) = (\pi, 0)$ 作線性化之線性方程式。此時，若 $\mu < 0$，則該線性方程式之非零初值解會隨時間增加而

(A) 收斂到 $(0, 0)$ (B) 遠離 $(0, 0)$ (C) 不一定，跟初值有關。

15. 考慮上題所述之線性方程式。此時，若 $\mu > 0$，則該線性方程式之非零初值解會隨時間增加而

(A) 收斂到 $(0, 0)$ (B) 遠離 $(0, 0)$ (C) 不一定，跟初值有關。

下面 16-20 題為單選題，每題 1 分，總分 5 分。答錯或未作答者該題以 0 分計。

16. 考慮複函數 $f(z) = \cos z$。

(A) $|f(z)|$ 隨 z 的虛部增大而發散 (B) $|f(z)|$ 隨 z 的實部增大而發散 (C) $|f(z)| = 1, \forall z$。

17. 考慮複函數 $f(z) = \sin\left(\frac{1}{z}\right)$。

(A) 原點是 $f(z)$ 的唯一一個極點（pole）。
(B) $f(z)$ 在原點之外的所有複平面上皆為解析（analytic）。
(C) 以上皆對。

18. 考慮平面場函數 $F(x, y) = (y^2+5)\mathbf{i} + (2xy-8)\mathbf{j}$，$\mathbf{i}$ 與 $\mathbf{j}$ 分別為 x 軸與 y 軸的單位向量。令 C_1 為從原點沿 x 軸走到 $(x, y) = (1, 0)$ 之路徑。C_2 為從原點沿 $x = y$ 直線走到 $(x, y) = (1, 1)$，再沿 $x = 1$ 直線走到 $(x, y) = (1, 0)$ 之路徑。

(A) F 沿 C_1 之路徑積分之值為 5 (B) F 沿 C_2 之路徑積分之值為 5 (C) 以上皆對。

19. 考慮 18 題中的平面場函數 $F(x, y)$。

(A) F 沿任意封閉路徑之路徑積分值為 0。
(B) F 只有沿以原點為圓心之圓形路徑的路徑積分值才會為 0。
(C) F 沿任意封閉路徑之路徑積分值皆不為 0。

20. 考慮 18 題中的平面場函數 $F(x, y)$。

(A) F 不是保守場 (B) F 是保守場，對應的位能函數為 $\varphi(x, y) = xy^2 + 5x - 8y$ (C) 以上皆非

科目名稱：工程數學甲【電機系碩士班電波聯合碩士班選考、電機系碩士班甲組、通訊所碩士班乙組選考、電機系碩士班戊組選考、己組、庚組】題號：431002

※本科目依簡章規定「可以」使用計算機（廠牌、功能不拘）（混合題）　　

以下第 **21** 題到第 **22** 題需要詳明推導計算過程。如推導計算過程錯誤，將酌扣分數或不給分。

21. (共 20 分) 令 $Y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix}$，$A = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$，$B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$。考慮微分方程式：$\ddot{Y} = AY + Bu$。

(a). (10 分) 令 $u \equiv 0$，$Y(0) = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$, $\dot{Y}(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$，請找出微分方程式之解。

(b). (5 分) 請問 (a) 小題的解是否滿足 $\lim_{t \to \infty} Y(t) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$?

(c). (5 分) 令 $Y(0) = \dot{Y}(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$，$u$ 為單位步階函數；i.e., $u(t) = \begin{cases} 1 & t \geq 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases}$。請問此時微分方程式的解是否滿足 $\lim_{t \to \infty} Y(t) = -A^{-1}B$ 。

22. (共 15 分) 求出下面複平面上之路徑積分值。以下 z 為複數，i 代表$\sqrt{-1}$ 。

(a). (5 分) $\int_C \frac{z^2+1}{z^2+2z+5} dz$，其中 C 為沿著頂點為± 2 與$\pm 2i$ 之正方形四邊正向旋轉一周之封閉路徑。

(b). (10 分) $\int_C z^2 e^{1/z} dz$ ，其中 C 為沿著 $\{z : |z| = 3\}$ 正向旋轉一周之封閉路徑。

國立中山大學 110 學年度
碩士暨碩士專班招生考試試題

科目名稱：電子學【電波聯合碩士班選考、通訊所碩士班乙組選考、電機系碩士班戊組選考】

—作答注意事項—

考試時間：100 分鐘

- **考試開始鈴響前不得翻閱試題，並不得書寫、劃記、作答。**請先檢查答案卷（卡）之應考證號碼、桌角號碼、應試科目是否正確，如有不同立即請監試人員處理。
- **答案卷限用藍、黑色筆(含鉛筆)書寫、繪圖或標示**，可攜帶橡皮擦、無色透明無文字墊板、尺規、修正液（帶）、手錶(未附計算器者)。每人每節限使用一份答案卷，不得另攜帶紙張，請衡酌作答。
- 答案卡請以 2B 鉛筆劃記，不可使用修正液（帶）塗改，未使用 2B 鉛筆、劃記太輕或污損致光學閱讀機無法辨識答案者，其後果由考生自行負擔。
- 答案卷（卡）應保持清潔完整，不得折疊、破壞或塗改應考證號碼及條碼，亦不得書寫考生姓名、應考證號碼或與答案無關之任何文字或符號。
- 可否使用計算機請依試題資訊內標註為準，如「可以」使用，廠牌、功能不拘，唯不得攜帶具有通訊、記憶或收發等功能或其他有礙試場安寧、考試公平之各類器材、物品（如鬧鈴、行動電話、電子字典等）入場。
- 試題及答案卷（卡）請務必繳回，未繳回者該科成績以零分計算。
- 試題採雙面列印，考生應注意試題頁數確實作答。
- 違規者依本校招生考試試場規則及違規處理辦法處理。

國立中山大學 110 學年度碩士暨碩士專班招生考試試題

科目名稱：電子學【電波聯合碩士班選考、通訊所碩士班乙組選考、電機系碩士班戊組選考】題號：482003

※本科目依簡章規定「可以」使用計算機（廠牌、功能不拘）（問答申論題）　　共 2 頁第 1 頁

1. (15%) A second-order filter has its poles at $s = -(1/4) \pm j(\sqrt{15}/4)$. The transmission is zero at $\omega = 3$ rad/s and is unity at dc ($\omega = 0$). Find the transfer function. (15%*1)

2. (20%) In the circuit of Fig. 1, the NMOS transistor has $|V_t| = 0.9$ V, and $V_A = 50$ V, and operates with $V_D = V_{GS} = 2$ V. (a) What is the voltage gain v_o/v_i ? (10%) (b) What do V_D and (c) the gain become for I increased to 1 mA? (5%*2)

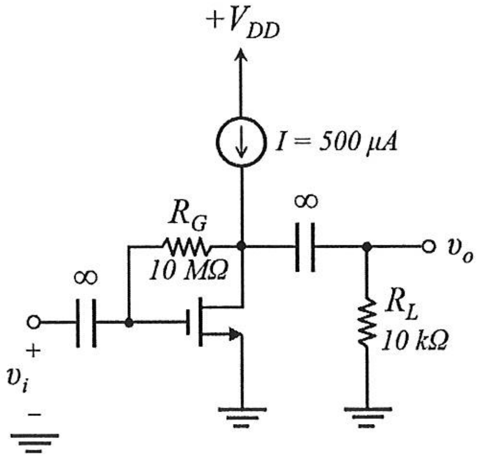

Fig. 1

3. (30%) For the common-base circuit in Fig. 2, assuming the bias current to be about 1 mA, β = 100, $C_\mu = 0.8$ pF, $r_e = 25\ \Omega$, and $f_T = 500$ MHz:
   (a) Estimate the midband gain V_o/V_s.
   (b) Use the short-circuit time-constants method to estimate the lower 3-dB frequency, f_L. (*Hint:* In determining the resistance seen by C_1, the effect of the 47-kΩ resistor must be taken into account.)
   (c) Find the high-frequency poles, and estimate the upper 3-dB frequency, f_H. (10%*3)

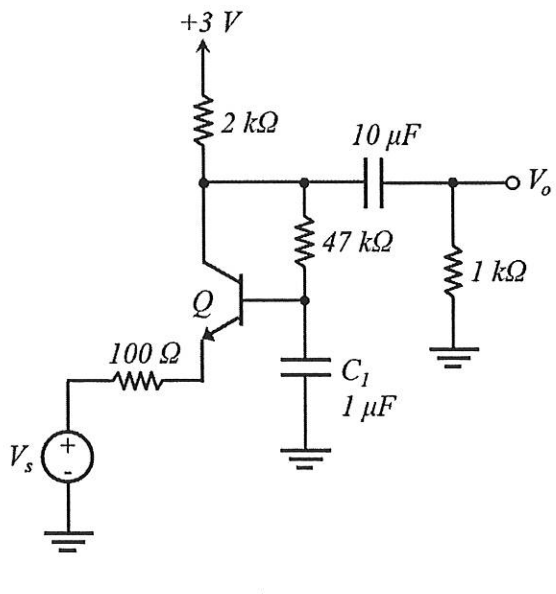

Fig. 2

試題請隨卷繳回，請留意背面是否有題

4. (35%) The amplifier of Fig. 3 consists of two identical common-emitter amplifiers connected in cascade. Observe that the input resistance of the second stage, R_{in2}, constitutes the load resistance of the first stage.
   (a) For V_{CC} = 15 V, V_T = 0.025 V, R_1 = 100 kΩ, R_2 = 47 kΩ, R_E = 3.9 kΩ, R_C = 6.8 kΩ, and β = 100, determine the dc collector current of each transistor. (5%)
   (b) Draw the small-signal equivalent circuit of the entire amplifier and give the values of all its components. Neglect r_{o1} and r_{o2}. (10%)
   (c) Find R_{in1} and v_{b1}/v_s for R_s = 5 kΩ.
   (d) Find R_{in2} and v_{b2}/v_{b1}.
   (e) For R_L = 2 kΩ, find v_o/v_{b2}.
   (f) Find the overall voltage gain v_o/v_s. (5%*4)

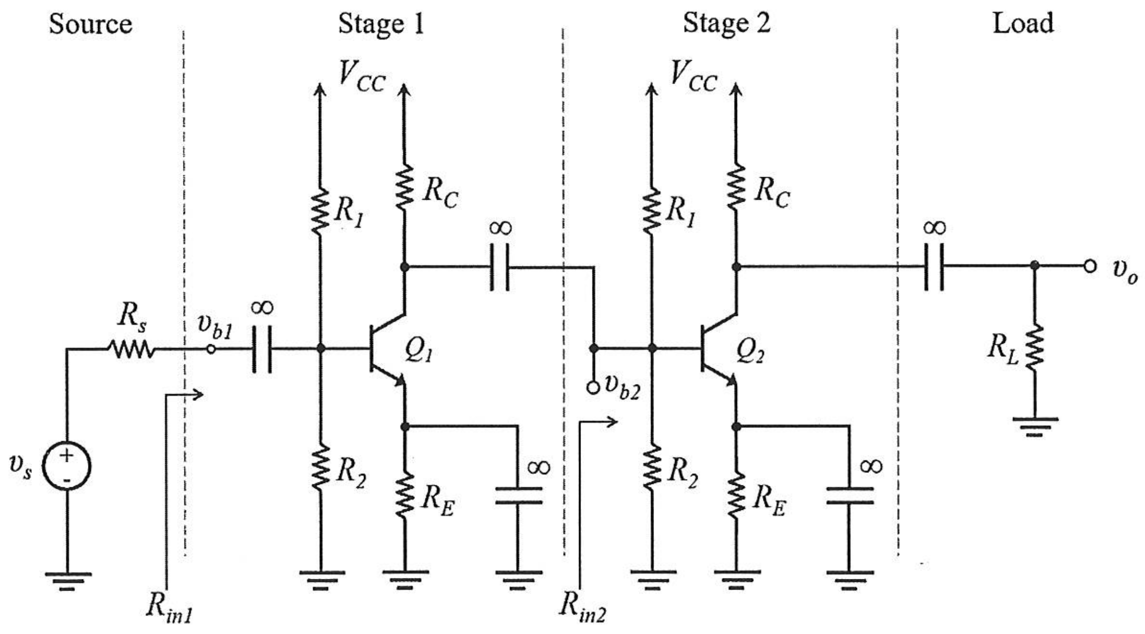

Fig. 3

國立中山大學110學年度
碩士暨碩士專班招生考試試題

科目名稱：工程數學甲【電機系碩士班電波聯合碩士班選考、電機系碩士班甲組、通訊所碩士班乙組選考、電機系碩士班戊組選考、己組、庚組】

—作答注意事項—

考試時間：100分鐘

- **考試開始鈴響前不得翻閱試題，並不得書寫、劃記、作答。**請先檢查答案卷（卡）之應考證號碼、桌角號碼、應試科目是否正確，如有不同立即請監試人員處理。
- **答案卷限用藍、黑色筆(含鉛筆)書寫、繪圖或標示**，可攜帶橡皮擦、無色透明無文字墊板、尺規、修正液（帶）、手錶(未附計算器者)。每人每節限使用一份答案卷，不得另攜帶紙張，請衡酌作答。
- 答案卡請以2B鉛筆劃記，不可使用修正液（帶）塗改，未使用2B鉛筆、劃記太輕或污損致光學閱讀機無法辨識答案者，其後果由考生自行負擔。
- 答案卷（卡）應保持清潔完整，不得折疊、破壞或塗改應考證號碼及條碼，亦不得書寫考生姓名、應考證號碼或與答案無關之任何文字或符號。
- 可否使用計算機請依試題資訊內標註為準，如「可以」使用，廠牌、功能不拘，唯不得攜帶具有通訊、記憶或收發等功能或其他有礙試場安寧、考試公平之各類器材、物品（如鬧鈴、行動電話、電子字典等）入場。
- **試題及答案卷（卡）請務必繳回，未繳回者該科成績以零分計算。**
- **試題採雙面列印，考生應注意試題頁數確實作答。**
- **違規者依本校招生考試試場規則及違規處理辦法處理。**

國立中山大學 110 學年度碩士暨碩士專班招生考試試題

科目名稱：工程數學甲【電機系碩士班電波聯合碩士班選考、電機系碩士班甲組、通訊所碩士班乙組選考、電機系碩士班戊組選考、己組、庚組】題號：431002

※本科目依簡章規定「可以」使用計算機（廠牌、功能不拘）（混合題） 共 4 頁第 1 頁

下面 1-10 題為複選題，每題 5 分，總分 50 分。每題有 5 個選項，僅答錯 1 個選項者，得 3 分；答錯 2 個選項者，得 1 分；答錯多於 2 個選項或未作答者，該題以零分計算。

1. Let $\mathbf{x}$ and $\mathbf{y}$ be nonzero vectors in $\mathbb{R}^n$, $n \geq 2$. Suppose $\mathbf{x}$ and $\mathbf{y}$ are not orthogonal, i.e. $\mathbf{x}^T\mathbf{y} \neq 0$. Let $\mathbf{A} = \mathbf{x}\mathbf{y}^T$. Which of the following statements are true?
(A) 0 is an eigenvalue of $\mathbf{A}$.
(B) $\mathbf{x}^T\mathbf{y}$ is an eigenvalue of $\mathbf{A}$.
(C) $\mathbf{x}$ is an eigenvector of $\mathbf{A}$.
(D) The number of linearly independent eigenvectors associated with eigenvalue 0 is $n-1$.
(E) $\mathbf{A}$ is diagonalizable.

2. Let $\mathbf{A}$ and $\mathbf{B}$ be square matrices and α be a real number. Which of the following statements are true?
(A) $\det(\mathbf{A}^2) = \det(\mathbf{A}^T\mathbf{A})$
(B) $\det(\mathbf{B}^T\mathbf{A}) = \det(\mathbf{A}^T\mathbf{B}^T)$
(C) $\det(\alpha\mathbf{A}) = \alpha \cdot \det(\mathbf{A})$
(D) $\det(\mathbf{A}+\mathbf{B}) = \det(\mathbf{A}) + \det(\mathbf{B})$
(E) Swapping two rows of $\mathbf{A}$ will not change its determinant.

3. Consider the linear function $L: \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$. Suppose $L(\mathbf{x}_i) = \mathbf{y}_i$ for i = 1,2,3,4, where
$$\mathbf{x}_1 = \begin{bmatrix}1\\0\\-1\end{bmatrix}, \mathbf{x}_2 = \begin{bmatrix}1\\2\\0\end{bmatrix}, \mathbf{x}_3 = \begin{bmatrix}2\\-1\\1\end{bmatrix}, \mathbf{x}_4 = \begin{bmatrix}3\\3\\2\end{bmatrix}, \mathbf{y}_1 = \begin{bmatrix}1\\1\\0\end{bmatrix}, \mathbf{y}_2 = \begin{bmatrix}0\\1\\-1\end{bmatrix}, \mathbf{y}_3 = \begin{bmatrix}1\\0\\-1\end{bmatrix}.$$
Suppose $L(\mathbf{x}_4) = [c_1, c_2, c_3]^T$. Which of the following statements are true?
(A) $c_1 = 1$ (B) $c_1 = 2$ (C) $c_2 = 2$ (D) $c_2 = 3$ (E) $c_3 = -3$

4. Let $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{m\times n}$, $\mathrm{R}(\mathbf{A})$ denote the column space of $\mathbf{A}$, and $\mathrm{N}(\mathbf{A})$ denote the null space of $\mathbf{A}$. Which of the following statements are true?
(A) There exists a nonzero vector $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^m$ such that $\mathbf{A}^T\mathbf{y} = \mathbf{0}$ and $\mathbf{y} = \mathbf{A}\mathbf{x}$ for some $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$.
(B) For every $\mathbf{y} \in \mathrm{R}(\mathbf{A})$, we can always find some $\mathbf{x} \in \mathrm{R}(\mathbf{A}^T)$ such that $\mathbf{y} = \mathbf{A}\mathbf{x}$.
(C) Let $\mathbf{p}$ be the orthogonal projection of $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^m$ onto $\mathrm{R}(\mathbf{A})$. Then, $\mathbf{y} - \mathbf{p} \in \mathrm{N}(\mathbf{A}^T)$.
(D) Let $\mathbf{y}$ be a vector in $\mathbb{R}^m$. If $\mathbf{y} \notin \mathrm{R}(\mathbf{A})$, then $\mathrm{y} \in \mathrm{N}(\mathbf{A}^T)$.
(E) The intersection of $\mathrm{R}(\mathbf{A})$ and $\mathrm{N}(\mathbf{A}^T)$ is the empty set.

5. Let $E = \{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3\}$ be a basis for a three-dimensional subspace S of an inner product space V. Define $\|\mathbf{v}\| = \sqrt{\langle \mathbf{v}, \mathbf{v}\rangle}$. Suppose E is an orthogonal set with $\|\mathbf{v}_1\| = \sqrt{2}$, $\|\mathbf{v}_2\| = \sqrt{3}$, $\|\mathbf{v}_3\| = 1$. Let $\mathbf{x} = 5\mathbf{v}_1 + 1\mathbf{v}_2 - 3\mathbf{v}_3$ and $\mathbf{y} = 1\mathbf{v}_1 - 3\mathbf{v}_2 - 2\mathbf{v}_3$. Let $\mathbf{p}$ be the orthogonal projection of $\mathbf{x}$ onto $\mathbf{y}$, and suppose $\mathbf{p} = \alpha\mathbf{y}$, where α is a scalar. Which of the following statements are true?
(A) $\langle \mathbf{x}, \mathbf{y}\rangle = 7$
(B) $\langle \mathbf{x}, \mathbf{y}\rangle = 8$
(C) $\alpha = 7/33$
(D) $\alpha = 8/14$
(E) $\|\mathbf{x}\| = 62$

6. Let $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{5\times 3}$ and nullity$(\mathbf{A})$ denote the dimension of $\mathrm{N}(\mathbf{A})$. Suppose nullity$(\mathbf{A}) = 2$. Which of the following statements are true?
(A) rank$(\mathbf{A}^T) = 3$
(B) nullity$(\mathbf{A}^T) = 4$
(C) Let $\mathbf{A} = [\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3]$, where $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3$ are column vectors of $\mathbf{A}$.
Then $\mathbf{a}_1$ and $\mathbf{a}_2$ are linearly dependent.
(D) The linear equation $\mathbf{Ax} = \mathbf{0}$ has infinitely many solutions.
(E) The linear equation $\mathbf{A}^T\mathbf{y} = \mathbf{d}$ cannot have a unique solution for any $\mathbf{d} \in \mathbb{R}^3$.

7. Suppose that function f has period of 7, the Laplace transform of f is denoted by $\mathcal{L}[f](s)$, and

$$f(t) = \begin{cases} 5 & \text{for } 0 < t \le 3 \\ 0 & \text{for } 3 < t \le 7 \end{cases}, \quad \mathcal{L}[f](s) = \frac{k_1(1-e^{k_2 s})}{s(1-e^{k_3 s})}$$

Which of the following statements are true?
(A) $k_1 + k_2 = 2$ (B) $k_1 - k_2 = 3$ (C) $k_1 + k_3 = 12$ (D) $k_2 + k_3 = -10$ (E) $k_2 - k_3 = 5$

8. Suppose that $f(t) = te^{-2t}\cos(3t)$, the Laplace transform of f is denoted by $\mathcal{L}[f](s)$, and

$$\mathcal{L}[f](s) = \frac{(s+k_1)^2+k_2}{((s+k_3)^2+k_4)^2}$$

Which of the following statements are true?
(A) $k_1 = 1$ (B) $k_2 = 9$ (C) $k_3 = 3$ (D) $k_4 = 9$ (E) $k_1 + k_2 + k_3 + k_4 = 4$

9. Suppose that $f(t)$ satisfies the integral equation:

$$f(t) = -1 + \int_0^t f(t-\tau)e^{-3\tau}d\tau.$$

Solving the integral equation, we obtain $f(t) = k_1 e^{k_2 t} + k_3$. Which of the following statements are true?
(A) $k_1 + k_3 = -1$ (B) $k_2 + k_3 = 1$ (C) $k_1 - k_3 = 2$ (D) $k_2 - k_3 = 3$ (E) $k_2 = -2$

10. Suppose the Fourier transform of f is defined by $\mathcal{F}[f](\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-j\omega t}dt$, and

$$f(t) = 5(H(t-3) - H(t-11)), \ \mathcal{F}[f](\omega) = \frac{k_1}{\omega}e^{k_2 j\omega}\sin(k_3\omega),$$

where $H(t)$ is the Heaviside function (unit step function). Which of the following statements are true?
(A) $k_1 = 11$ (B) $k_2 = -7$ (C) $k_3 = 3$ (D) $k_1 + k_2 = -5$ (E) $k_2 + k_3 = 5$

下面11-15題為單選題，每題2分，總分10分。答錯或未作答者該題以0分計。

以下第11題到15題，考慮非線性微分方程式：$\ddot{x}-\mu(1-x^2)\dot{x}+\sin(x)=0$。

11. 令 $(y_1,y_2)=(x,\dot{x})$。方程式的平衡點發生在

(A) $(y_1,y_2)=(0,0)$ (B) $(y_1,y_2)=(\pi,0)$ (C) 以上皆是。

12. 若 $\mu>0$，則初值在平衡點 $(y_1,y_2)=(0,0)$ 附近的解會隨時間增加而

(A) 收斂到 $(0,0)$ (B) 遠離 $(0,0)$ (C) 不一定，跟初值有關。

13. 若 $\mu<0$，則初值在平衡點 $(y_1,y_2)=(0,0)$ 附近的解會隨時間增加而

(A) 收斂到 $(0,0)$ (B) 遠離 $(0,0)$ (C) 不一定，跟初值有關。

14. 考慮對 $(y_1,y_2)=(\pi,0)$ 作線性化之線性方程式。此時，若 $\mu<0$，則該線性方程式之非零初值解會隨時間增加而

(A) 收斂到 $(0,0)$ (B) 遠離 $(0,0)$ (C) 不一定，跟初值有關。

15. 考慮上題所述之線性方程式。此時，若 $\mu>0$，則該線性方程式之非零初值解會隨時間增加而

(A) 收斂到 $(0,0)$ (B) 遠離 $(0,0)$ (C) 不一定，跟初值有關。

下面16-20題為單選題，每題1分，總分5分。答錯或未作答者該題以0分計。

16. 考慮複函數 $f(z)=\cos z$。

(A) $|f(z)|$ 隨 z 的虛部增大而發散 (B) $|f(z)|$ 隨 z 的實部增大而發散 (C) $|f(z)|=1,\forall z$。

17. 考慮複函數 $f(z)=\sin\left(\frac{1}{z}\right)$。

(A) 原點是$f(z)$的唯一一個極點（pole）。
(B) $f(z)$在原點之外的所有複平面上皆為解析（analytic）。
(C) 以上皆對。

18. 考慮平面場函數 $F(x,y)=(y^2+5)\mathbf{i}+(2xy-8)\mathbf{j}$，$\mathbf{i}$ 與 $\mathbf{j}$ 分別為 x 軸與 y 軸的單位向量。令 C_1 為從原點沿 x 軸走到 $(x,y)=(1,0)$ 之路徑。C_2 為從原點沿 $x=y$ 直線走到 $(x,y)=(1,1)$，再沿 $x=1$ 直線走到 $(x,y)=(1,0)$ 之路徑。

(A) F 沿 C_1 之路徑積分之值為 5 (B) F 沿 C_2 之路徑積分之值為 5 (C) 以上皆對。

19. 考慮18題中的平面場函數 $F(x,y)$。

(A) F 沿任意封閉路徑之路徑積分值為0。
(B) F 只有沿以原點為圓心之圓形路徑的路徑積分值才會為0。
(C) F 沿任意封閉路徑之路徑積分值皆不為0。

20. 考慮18題中的平面場函數 $F(x,y)$。

(A) F 不是保守場 (B) F 是保守場，對應的位能函數為 $\varphi(x,y)=xy^2+5x-8y$ (C) 以上皆非

以下第 **21** 題到第 **22** 題需要詳明推導計算過程。如推導計算過程錯誤，將酌扣分數或不給分。

21. (共 20 分) 令 $Y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix}$，$A = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$，$B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$。考慮微分方程式：$\ddot{Y} = AY + Bu$。

(a). (10 分) 令 $u \equiv 0$，$Y(0) = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$, $\dot{Y}(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$，請找出微分方程式之解。

(b). (5 分) 請問 (a) 小題的解是否滿足 $\lim_{t\to\infty} Y(t) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$?

(c). (5 分) 令 $Y(0) = \dot{Y}(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$，$u$ 為單位步階函數；i.e., $u(t) = \begin{cases} 1 & t \geq 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases}$。請問此時微分方程式的解是否滿足 $\lim_{t\to\infty} Y(t) = -A^{-1}B$ 。

22. (共 15 分) 求出下面複平面上之路徑積分值。以下 z 為複數，i 代表$\sqrt{-1}$ 。

(a). (5 分) $\int_C \frac{z^2+1}{z^2+2z+5} dz$，其中 C 為沿著頂點為± 2 與$\pm 2i$ 之正方形四邊正向旋轉一周之封閉路徑。

(b). (10 分) $\int_C z^2 e^{1/z} dz$ ，其中 C 為沿著 $\{z : |z| = 3\}$ 正向旋轉一周之封閉路徑。