國立中山大學九十學年度博士班招生考試試題

科目：**統計學【財管所】**

一、(本題25分)

「在單一直線迴歸模型 $\underset{(n\times1)}{y} = \underset{(n\times k)}{\mathbf{X}}\underset{(k\times1)}{\mathbf{B}} + \underset{(n\times1)}{\varepsilon}$ 中，等號右端解釋變數 **X** 通常假設為<u>獨立變數</u>(independent variables)，而就各 **X** 值所構成的資料矩陣而言，各變數樣本值間亦假設為<u>線性獨立</u>。最後，模型誤差項 ε 又假設為<u>獨立分配</u>的隨機變數。」

以上敘述中，三次提到「獨立」字眼，請問：

1. 此三個「獨立」有何各自意義？請儘量以數理語言表達說明之。
2. 此三個不同的獨立觀念對上述迴歸模型而言，各有何計量上之重要性？

二、上題的迴歸模型中，若 ε 滿足 OLS 假設，則根據 Gauss-Markov 定理，**B** 的 OLS 估計式 $\hat{\mathbf{B}}_{OLS}$ 是 BLUE。但若 ε 分配的共變異矩陣不滿足 OLS 假設，而是 $Var(\varepsilon) = \sigma^2\Omega$ (where Ω is a known symmetric, positive definite matrix of the order of (n×n))時，如果仍用 OLS 方法估計 **B**，則即產生了計量上的異質變異及自我相關問題。

1. 請根據模型所給的資訊，以數理語言分別表達：什麼是異質變異？以及，什麼是自我相關？(10分)
2. 若此模型沒有自我相關但有異質變異，則所估計出之 $\hat{\mathbf{B}}_{OLS}$ 對統計推論將會有何影響？(5分)
3. 若此模型沒有異質變異但有自我相關，則所估計出之 $\hat{\mathbf{B}}_{OLS}$ 對統計推論將會有何影響？(5分)
4. 若欲同時消除模型中異質變異及自我相關問題，有何方法可以取代 OLS 法同時能夠保證所估計出之 $\hat{\mathbf{B}}$ 估計式仍然為 BLUE？(5分)

國立中山大學九十學年度博士班招生考試試題

科目：**統計學【財管所】**

三、X 教授以同一份資料數據指派甲、乙兩位研究生進行 A 計畫的研究議題工作，所設定之迴歸模型為：$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \varepsilon$，所欲檢定之虛無假說為 $H_0: \beta_1 = 0$，X 教授並已分別用 OLS 及 MLE 方法先行估計出模型的內隱參數值為 $\hat{\sigma}^2_{OLS} = 164.7397$，$\hat{\sigma}^2_{MLE} = 131.7933$，但他仍分別指定甲生用 OLS 方法、乙生用 MLE 方法來估計此一模型的外顯參數。兩位研究生繳交出來的迴歸式估計報告結果竟然完全相同：

$$\hat{y} = 300.2863 + 0.7420x_1 + 8.0436x_2$$

$$(3.8342)^{*} \quad (15.6101)^{***} \quad (2.6960)^{*}$$

上式括弧數字表示 t 統計值，***表示顯著水準 1%，*表示顯著水準 10%。

1. 如果您是 X 教授，請問您有何法眼去判定兩位研究生，何者正確？何者錯誤？(20 分)
2. 以上迴歸式估計報告並未列出 β_1 的估計標準誤，請您幫忙 X 教授，代為就其中正確報告的 β_1 估計標準誤的數值予以算出。(5 分)

四、Y 教授以同一份資料數據指派丙、丁兩位研究生進行 B 計畫的研究議題工作，該時間序列資料長度只有 7 個時點的樣本值。丙生根據他所設定的迴歸模型估計結果為：$\hat{y} = 3.6667 + 1.0000x_1 + 3.0000x_2 + 1.8333x_1^2$，其殘差值平方和為 3.67。丁生根據他所設定的迴歸模型估計結果為：$\hat{y} = 5.1220 + 2.0488(x_1 + x_2)$，其殘差值平方和為 14.83。若您是 Y 教授，請問您有何法眼去判定兩位研究生何者所用之迴歸模型較為合適？（已知 $F_{0.95}(2,3) = 9.55$）(25 分)

國立中山大學九十學年度博士班招生考試試題

（一） 請簡單回答下列問題：

（1） 在一個市場中，什麼是「分離均衡」（separating equilibrium）？（3分）

（2） 什麼是「混合均衡」（pooling equilibrium）？（2分）

（3） 在何種情況下，廠商可以在市場中有效的「發送訊號」（signaling）？廠商可否有效發送訊號與上述均衡觀念有何關係？（5分）

（4） 廠商為什麼要從事（除了價格以外）其他的「發送訊號」之行為？請舉一個實例說明之。（5分）

（二）（1） 市場的均衡是否會受到參與者（players）主觀信念（beliefs）的影響？參與人不同的信念是否會得到不同的市場均衡？請加以說明？（5分）

（2） 如果您在（1）中的回答為「是」，那豈不是表示市場均衡並沒有太大的意義，因為其受到參與者主觀信念之影響，而參與人主觀的信念又是那麼的「主觀」？請對上述論述加以評論。（5分）

（3）「主觀信念」與市場均衡間必需保持何種關係，才符合理性預期均衡（rational expectation equilibrium）之假設。（5分）

（三）張三在風險下之偏好可以用 V-M 效用函數$U(\cdot)$代表之，張三之期初財富為 W 元。若有某一彩券（lottery）其有 P 之機率可以獲得 G 元，同時有（1－P）之機率可獲得 B 元。

（1） 若張三本人握有此張彩券，張三最少要拿多少錢才會願意出售此張彩券？（5分）

（2） 若張三本人並未擁有該張彩券，張三最多願意付出多少錢來買這張彩券？（5分）

（3） 張三的買價及賣價是否相等？請解釋您的答案。（5分）

（4） 請找出令買價及賣價相等之條件。（5分）

(四) (i)請設定出合理的總體模型，以此模型導出開放經濟的總需求線 AD

(ii)請依據合理的假設導出正斜率的總供給線

(iii)依據你的 AS-AD 模型，分析當貨幣供給擴張時對所得、利率、匯率、貿易餘額的影響。(20 分)

(五)請列出新興古典學派理性預期模型的所有缺失？(15 分)

(六)(i)請敘述貨幣學派的主要主張

(ii)貨幣學派認為利率及國際收支如何決定？(15 分)

國立中山大學九十學年度博士班招生考試試題

科目：財務管理【財管所】

Four Questions (25 points each)

1. CAPM (Capital Asset Pricing Model) is an important theory in Finance. Please **explain what** is it about and **why** it is important. If you were asked to **comment** on its application in Taiwan, What are your viewpoints? (answers should be logical and reasonable)

2. A derived security can be used to hedge risk. If there is a farmer growing rice or vegetables, and he want to hedge away the risk of unexpected price changes due to rain seasons, Can you design a derived security to help him? (**explain** the idea in **plain word** since the farmer does not know any finance terminologies)

3. Signaling Theory is widely used in the field of Finance. Please **explain** its main idea and give an example of its application on Financial decision as complete as possible (such as capital structure, dividend policy, etc)

4. Please **explain** the problem of "Test of Join-hypotheses" in abnormal return related researches, and **propose** a plausible solution.

國立中山大學九十學年度博士班招生考試試題

科目：數學【財管所】

1. (20%) Solve $y(x)$ in the differential equation below

$$\begin{cases} y'(x) + 2y(x) = e^x \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

2. (20%) Solve the following optimization problem

$$\min_{x \in \Re^n} \quad \frac{1}{2} x^T \Sigma x$$
$$\text{subject to} \quad r^T x = \rho$$

where Σ is an $n \times n$ symmetric positive definite matrix, r an $n \times 1$ vector, and ρ a scalar. Express your solution in terms of Σ, r, and ρ.

3. (40%) Let $\{B(t), t \geq 0\}$ be a standard Brownian motion, i.e.,

$$B(t) \sim N(0, t), \quad t \geq 0,$$

where $N(m, s^2)$ denotes the normal random variable having mean m and variance s^2. Suppose $A > 0$ be some constant. Compute

(a) (10%)$E[B(s)|B(1) = A]$, for all $s \in [0, 1]$.

(b) (10%)Var$[B(s)|B(1) = A]$, for all $s \in [0, 1]$.

(c) (20%)$P(T_A \leq t)$, where $T_A \equiv \inf\{t|B(t) = A\}$

4. (20%) Let $X_1, X_2, \ldots$ be a sequence of Poisson random variables with parameters $\lambda_1, \lambda_2, \ldots$, respectively. If $\lambda_n \to \infty$ as $n \to \infty$ and

$$Z_n = \frac{X_n - \lambda_n}{\sqrt{\lambda_n}}, n = 1, 2, \ldots$$

Show that

$$\lim_{n \to \infty} Z_n = N(0, 1)$$

(Hint: moment generating function.)