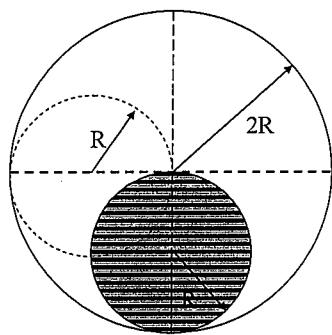


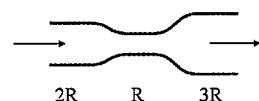
# 國立中山大學物理系 100 學年學士班甄試入學物理科考題

一、填充題：(每題 6 分，請填入第一頁之答案卷中，寫下答案即可)

1. 物體以初速  $v$  被垂直上拋，假設重力加速度為  $g$  則自拋出上升到其最大高度的  $1/3$  處，所需時間為何？
2. 有兩個相同彈力常數之彈簧，其串聯後之等效彈力常數為  $k_s$ ，其並聯後之等效彈力常數為  $k_p$ ，其  $k_s/k_p$  比值為何？
3. 有一片圓形半徑為  $2R$  之材質均勻金屬板，將其左邊半徑為  $R$  之圓形片取出留下空缺，並將取出之圓形片移至下方處橫線處，如右圖一。請問最後金屬板質量中心位於何處？
4. 一小木塊質量  $m$  以等速  $v$  與一質量為  $M$  之大三角木塊等速率為  $V$  相向運動，兩者碰撞之後，假設在無摩擦力及彈性碰撞情形之下，小木塊衝上三角木塊後的最高高度為何？
5. 一個質量為  $1.0 \text{ kg}$  的方塊，連接到一個彈簧常數為  $9.0 \text{ N/m}$  的彈簧。如果初始速度為  $4.0 \text{ cm/s}$  和初始位移為  $2.0 \text{ cm}$ ，在無摩擦力及彈簧質量為 0 情形之下，那麼此一簡諧運動系統的最大的動能為何？
6. 因需要經過較窄區域，自來水穩定地流經同一條由三個不同孔徑所組成的管路，如圖二。由左端水管（半徑為  $2R$ ）通過中間部分（半徑為  $R$ ），並進入右端水管（半徑為  $3R$ ）。水的速度在中間部分是  $0.50 \text{ m/s}$ 。若體積為  $0.5 \text{ m}^3$  的自來水從左邊流到右邊時，外力對水作功為何？（假設水的密度是  $1000 \text{ kg/m}^3$ ）
7. 質量為  $1.0 \text{ kg}$  的水，其溫度是  $T$ ，從高度  $100 \text{ m}$  處倒到一個溫度也是為  $T$  的水瓶，但是水瓶內原先有些水。我們發現最後瓶內的水溫變化為  $+0.10^\circ\text{C}$ 。請問原先什麼水容器中的質量是為何？忽視熱流入容器及溫度計等效應。
8. 一個點光源位於折射率  $n_1$  的 A 液體表面下  $h_1$  深處，在 A 液體上方有一折射率  $n_2$  的 B 液體薄膜，其薄膜厚度為  $h_2$ 。B 薄膜上方為空氣（折射率 =  $1.0$ ）。請問由正上方空氣層所看到之透光面積為何？。 $(n_1 > n_2 > 1.0)$

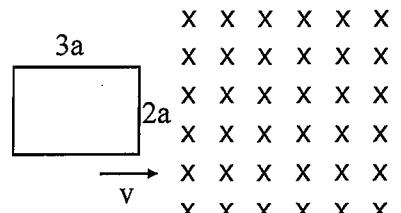


圖一



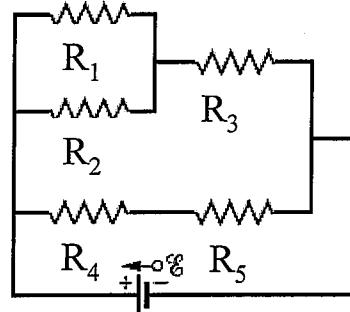
圖二

9. 一個點光源沿著凹面鏡之主軸，距離凹鏡面 60 cm 處向凹鏡面以速率 20 m/s 移動，凹面鏡的焦距為 15 cm，請問像之速度為？
10. 一輛汽車由靜止啟動( $t=0$ )，以等加速度沿直線向靜止聲源前進，若聲速率為 330 m/s，靜止聲源發出 500 Hz 的聲波，汽車乘客在  $t=6$  s 時聽到聲音為 600 Hz，汽車加速度為何？
11. 一空心金屬球內半徑為  $a$ ，外半徑為  $b$ ，帶有均勻電荷  $Q$  ( $Q>0$ ) 分佈於外表面，請畫出從球心到球外之電位變化圖。縱軸為電位，橫軸為距離。請標示出  $a$ ,  $b$  之位置。
12. 如圖三，在一個垂直均勻磁場  $B$  (進入紙張方向) 中，有一長方形線圈，長與寬為  $3a$  及  $2a$ ，線圈之電阻為  $R$ ，線圈以速度  $v$  由無磁場區域向右進入有磁場區域，當線圈有電流時，若要維持線圈以等速運動，則需要之外力方向大小為何？



圖三

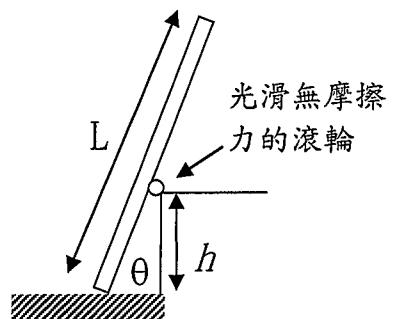
13. 有一半徑為  $R$  且均勻帶靜電  $+Q$  的圓弧 A，另有一半徑為  $2R$  且均勻帶靜電  $-Q$  的圓弧 B，兩者為同圓心弧，其對應的圓心角都是  $120^\circ$ ，則在圓心處所生的電位為何？
14. 一電路圖如圖四，電池之電動勢為 12.0V， $R_1 = 6.0\Omega$ ,  $R_2 = 12.0\Omega$ ,  $R_3 = 4.00\Omega$ ,  $R_4 = 3.00\Omega$ , 及  $R_5 = 5.0\Omega$ . 請問  $R_5$  前後之電位差為何？



圖四

## 二、計算題：(16 分)

1. 一支長度  $L$  重量為  $W$  的材質均勻長棍，倚靠在高度為  $h$  ( $h < L$ ) 矮牆上光滑無摩擦力的滾輪上，長棍一端與地板接觸，如圖五。如果長棍與地板的夾角  $\theta$  小於  $\theta_c$ ，則長棍將開始會滑動， $\theta$  大於  $\theta_c$  則長棍不會滑動，請列出算式，計算長棍與地板之靜摩擦係數。



圖五

承辦單位：國立中山大學物理系

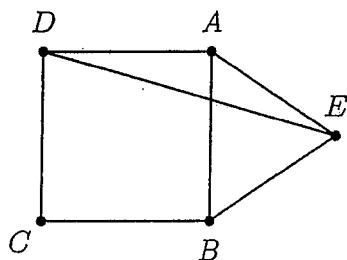
答案：

1. \_\_\_\_\_ 2. \_\_\_\_\_ 3. \_\_\_\_\_ 4. \_\_\_\_\_ 5. \_\_\_\_\_  
 6. \_\_\_\_\_ 7. \_\_\_\_\_ 8. \_\_\_\_\_ 9. \_\_\_\_\_ 10. \_\_\_\_\_  
 11. \_\_\_\_\_ 12. \_\_\_\_\_ 13. \_\_\_\_\_ 14. \_\_\_\_\_ 15. \_\_\_\_\_  
 16. \_\_\_\_\_ 17. \_\_\_\_\_ 18. \_\_\_\_\_ 19. \_\_\_\_\_ 20. \_\_\_\_\_

注意事項：

1. 本試卷共 20 題計算題，每一題 5 分。
2. 考試時間： 10:10~11:10 am。
3. 請將詳細步驟書寫於題目下方空白處，答案必須化簡並書寫於上方指定處。
4. 請將學校、姓名及報名編號寫在頁尾指定處。

1. 在下圖中， $ABCD$  是正方形， $\triangle ABE$  是等邊三角形，且  $E$  點在正方形  $ABCD$  之外，則  $\angle AED$  的度數為何？

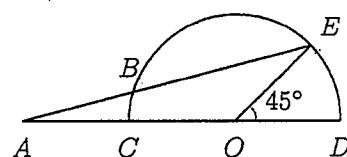


2. 在以十進位表示的數中，找出個位數和百位數互換時，該數不變的最大的偶三位數，求此偶三位數的數字之和為何？
3. 求  $\frac{3}{2} + \frac{5}{4} + \frac{9}{8} + \frac{17}{16} + \frac{33}{32} + \frac{65}{64} - 7$  之值。
4. 由曲線  $y = |x|$  和  $x^2 + y^2 = 4$  所圍成的最小區域的面積為何？
5. 化簡  $\sqrt[3]{4} \times \sqrt[4]{8}$ 。

6. 若  $P_1P_2P_3P_4P_5P_6$  是一個正六邊形，邊心距(從圓心到一邊中點的距離)是 2，且  $Q_i$  是邊  $P_iP_{i+1}$  的中點，其中  $i = 1, 2, 3, 4$ ，則四邊形  $Q_1Q_2Q_3Q_4$  的面積為何？

7. 求方程式  $\frac{1+3+5+\dots+(2n-1)}{2+4+6+\dots+2n} = \frac{115}{116}$  中  $n$  的正整數解。

8. 在下圖中， $\overline{CD}$  是以  $O$  為圓心的半圓的直徑， $A$  點在過  $O$  的  $\overline{DC}$  的延長線上； $E$  點在半圓周上， $B$  點是線段  $\overline{AE}$  與半圓周的交點(與  $E$  不重合)。若  $\overline{AB}$  的長等於  $\overline{OD}$  的長， $\angle EOD$  是  $45^\circ$ ，則  $\angle BAO$  為何？



9. 有某個數列，第一項是 1，對於所有的  $n \geq 2$ ，此數列的前  $n$  項的乘積是  $n^2$ ，求此數列的第三項及第五項的和為何？
10. 兩個相同的瓶子裝滿酒精溶液，在一個瓶子中酒精與水的容積之比是  $p : 1$ ，而在另一個瓶子中是  $q : 1$ ，如果把兩瓶溶液混和在一起，求混合液中的酒精與水的容積之比？

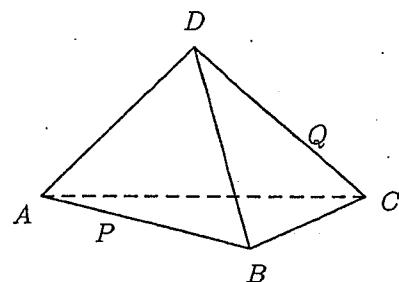
11. 一個面積是  $A_1$  的圓包含在一個面積為  $A_1 + A_2$  的大圓內，若大圓的半徑是 3，而且  $A_1, A_2, A_1 + A_2$  是一個等差數列，則小圓的半徑為何？

12. 求滿足方程式  $x^{256} - 256^{32} = 0$  的所有實數的平方和。

13. 若一直角三角形的斜邊長為  $h$ ，內切圓的半徑是  $r$ ，則內切圓面積與三角形面積之比為何？

14. 找出滿足方程式  $m^3 + 6m^2 + 5m = 27n^3 + 9n^2 + 9n + 1$  的整數對  $(m, n)$  的個數。

15. 以  $A, B, C, D$  為頂點的正四面體的每邊稜長是 1，點  $P$  在稜  $\overline{AB}$  上，點  $Q$  在稜  $\overline{CD}$  上，則點  $P$  和  $Q$  之間的最短距離為何？

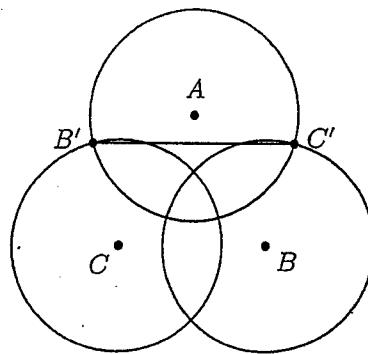


16. 當多項式  $x^8$  被  $x + \frac{1}{2}$  所除時，用  $q_1(x)$  和  $r_1$  分別表示商式和餘數，當  $q_1(x)$  再被  $x + \frac{1}{2}$  所除時， $q_2(x)$  和  $r_2$  分別表示商式和餘數，求  $r_2$  之值？

17. 對於每一對實數  $x, y$ ，函數  $f$  滿足方程式  $f(x) + f(y) = f(x+y) - xy - 1$ 。若  $f(1) = 1$ ，則滿足  $f(n) = n$  (其中  $n \neq 1$ ) 的整數個數共有多少個？

18. 隨機選取一對有序整數  $(b, c)$ ，其中  $b, c$  的絕對值皆小於或等於 5，而每一對有序整數對被選取到的可能性皆相等，試問方程式  $x^2 + bx + c = 0$  沒有相異正實根的機率是多少？

19. 以  $A, B, C$  為圓心的三個圓，半徑均為  $r$ ，其中  $1 < r < 2$ ，每兩個圓心間的距離都是 2。若  $B'$  是圓  $A$  和圓  $C$  的交點且在圓  $B$  外， $C'$  是圓  $A$  和圓  $B$  的交點且在圓  $C$  外，則  $\overline{B'C'}$  長為何？



20. 設  $f(x) = \frac{(x+\frac{1}{x})^6 - (x^6 + \frac{1}{x^6}) - 2}{(x+\frac{1}{x})^3 + (x^3 + \frac{1}{x^3})}$ ,  $x > 0$ ，則  $f(x)$  的最小值為何？

~全卷完~